Signos Filosóficos, vol. VI, núm. 12, julio-diciembre, 2004, pp. 155-162

REVISIONISMO, ANTIRREVISIONISMO Y FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS*

SÍLVIO PINTO**

CONSIDERACIONES PRELIMINARES

En la introducción de su famoso libro *Individuals*,[1] Peter Strawson habla de dos tipos de metafísica —la descriptiva y la revisionista— y trata de caracterizar la distinción sugiriendo que mientras la primera busca describir la estructura de nuestro pensamiento acerca del mundo, la segunda busca mejorar tal estructura. Él mismo se coloca como ejemplo de un metafísico descriptivo dentro de la mejor tradición kantiana. Un ejemplo contemporáneo de metafísica revisionista es la que propone Michael Dummett en varios de sus escritos y, en particular, en su también famoso artículo "The philosophical basis of intuitionistic logic"[2] donde ofrece sus razones filosóficas para sugerir un cambio en nuestra práctica lingüística cotidiana en el sentido de que sea gobernada por reglas de la lógica intuicionista y no más de la lógica clásica.

* Agradezco a los fundadores del seminario de filosofía de las matemáticas (que reune profesores de la UNAM y de la UAM-Iztapalapa) Javier Elizondo, Max Fernández de Castro y Axel Barceló el haber creado junto conmigo el ambiente que ha tornado posible la presente discusión y principalmente a este último el haber amablemente aceptado iniciarla por escrito.

** Profesor-investigador del Departamento de Filosofía de la Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, pint@xanum.uam.mx

[1] Strawson, 1959.

[2] Dummett, 1973.

La dicotomía revisionismo-descriptivismo metafísico, o como talvez prefieran los filósofos contemporáneos, la dicotomía revisionismo-antirrevisionismo filosófico califica la relación entre la filosofía y las diversas disciplinas o prácticas que han sido objeto del discurso filosófico. Así, podríamos hablar de una filosofía de las matemáticas revisionista o antirrevisionista y también usar los mismos calificativos para las diversas caracterizaciones que se hacen desde perspectivas filosóficas de cualquier disciplina sobre la cual los filósofos han intentado hablar.

Uno de los grandes éxitos del llamado naturalismo filosófico de la segunda mitad del siglo XX —cuyo más ilustre defensor fue sin duda Willard van Quine— fue quitarle a la filosofía su lugar privilegiado desde donde pudiera ella legislar sobre las otras disciplinas. El naturalismo de Quine es claramente antirrevisionista en el sentido de que, en su opinión, los criterios de evaluación y justificación de las diversas disciplinas científicas no pasan por el acuerdo de un grupo de filósofos, sino que emergen de la propia práctica científica. Sin duda, la mayor parte de la popularidad del antirrevisionismo filosófico contemporáneo se debe al espíritu naturalista presente en la tradición anglosajona desde la década de 1950.

Sin embargo, el naturalismo filosófico contemporáneo no es el único compatible con el antirrevisionismo. El mismo Strawson, quien siempre se opuso enfáticamente al naturalismo quineano, se declaraba un antirrevisionista. También Ludwig Wittgenstein se ha lanzado contra el revisionismo filosófico en pasajes tan enigmáticos como el siguiente:

> Philosophy may in no way interfere with the actual use of language; it can in the end only describe it.
> For it cannot give it any foundation either.
> It leaves everything as it is.
> It also leaves mathematics as it is, and no mathematical discovery can advance it. (Wittgenstein 1953, § 124)

Es motivo de gran controversia el que la filosofía de las matemáticas de Wittgenstein haya sido o no antirrevisionista como él la ha caracterizado de forma clara. No es mi interés aquí entrar en esta enredada discusión. Tampoco me interesa en este momento examinar su tesis antinaturalista de que hay una distinción esencial entre filosofía y las disciplinas que han sido objeto de la filosofía —en el caso en cuestión, la matemática—. Dicha tesis implica que los problemas filosóficos que surgen dentro de la práctica matemática no se pueden resolver como pensaba David Hilbert, por ejemplo, recurriendo a una demostración matemática.[3] El punto que me gustaría sugerir es que un antirrevisionismo en filosofía de las matemáticas es aparentemente[4] compatible con alguna variante del anti-naturalismo.

EL REVISIONISMO DE BROUWER

El ejemplo paradigmático del revisionista contemporáneo fue sin duda Luitzig Brouwer quien, a pesar de ser un matemático brillante, propuso en las primeras décadas del siglo XX un cambio más o menos radical en la práctica matemática existente —cambio que se tornaría conocido como la matemática intuicionista—. Un giro como el propuesto por Brouwer pudiera haber pasado por una adaptación natural de la matemática como la que ha ocurrido en la geometría con los nuevos métodos introducidos por Descartes —la geometría analítica— no fuera porque no hubo una aceptación por la comunidad matemática de entonces de los nuevos métodos de prueba alardeados por Brouwer.

La resistencia a la nueva matemática intuicionista tiene una explicación bastante sencilla: dicha matemática no tornaba más fácil la solución de problemas matemáticos abiertos ni tampoco representaba, según la comunidad matemática, una dirección nueva para la investigación matemática. Más bien, el intuicionismo había sido sugerido como una posible solución a un problema filosófico de fundamentación de las matemáticas: la teoría considerada como la más básica y la más general —la teoría de conjuntos— era inconsistente y por lo tanto no podía fungir como fundamento segu-

[3] Me refiero a la prueba de consistencia de la aritmética de Peano la cual, según Hilbert, proveería un fundamento seguro para toda la matemática. Esta tesis hilbertiana se encuentra en muchos de sus textos filosóficos de la década de 1920 (véase, Hilbert, 1922).

[4] Digo aparentemente porque faltaría establecer que la filosofía de las matemáticas de Wittgenstein es en realidad antirrevisionista. Esto lo dejo para un trabajo futuro. Mi intuición para defender el antirrevisionismo matemático wittgensteiniano sería que en su opinión las distintas filosofías construyen concepciones acerca de la práctica matemática de tal manera que los cambios sugeridos por una nueva filosofía de la matemática son cambios de concepción y no modificaciones de la práctica misma. Esto explicaría, me parece, su insistencia en que la teoría de conjuntos no puede servir como fundamento epistémico de las matemáticas y muchas otras afirmaciones suyas sobre esta teoría (véase, por ejemplo, Wittgenstein 1969, parte II, VII, 40). En relación con Strawson, me parece claro que se trata de un antirrevisionismo antinaturalista.

ro para todo el edificio matemático. La sugerencia de Brouwer fue proponer una metodología constructiva para la matemática capaz de eliminar la posibilidad de inconsistencias ligadas a la noción del infinito actual.[5] El problema es que surgieron muchas otras propuestas de eliminación de las paradojas de la teoría de conjuntos menos traumáticas para la actividad matemática que el violento tratamiento recomendado por Brouwer. Finalmente, la matemática intuicionista no cautivó a los matemáticos y tampoco a los filósofos de las matemáticas por mucho tiempo por las razones ya mencionadas; su destino fue entonces la historia de las corrientes matemáticas.

El intuicionismo de Brouwer nos ofrece un ejemplo algo paradójico del debate revisionismo-antirrevisionismo. Esto porque, por un lado, si consideramos la motivación filosófica por detrás de su programa intuicionista, podríamos clasificarlo, como ya lo hicimos, como revisionista. Por otro lado, si tomamos en cuenta el análisis y la aritmética intuicionistas como sistemas matemáticos, podríamos afirmar que ejemplifican una vez más el desarrollo de la matemática —en este caso, quizá no tan exitoso por sus aplicaciones dentro de la propia matemática— y así verlos como cambios internos a la matemática. Desde la perspectiva de la historia de las matemáticas, no tendría sentido aplicar el adjetivo 'revisionista' a la matemática intuicionista ya que todos los cambios que ha sufrido la matemática serían revisionistas en este sentido interno.

---

[5] De hecho, Brouwer tenía una concepción más compleja acerca de la actividad matemática: su objetivo no era sólo dar un fundamento seguro para las matemáticas, sino también creía que la actividad matemática pura es anterior al lenguaje y está ligada con ciertos procedimientos cognitivos algorítmicos temporales que están en la base de nuestra aprehensión de las secuencias infinitas (sobre esto véase su disertación doctoral: Brouwer, 1907). La matemática que está guiada por estos procedimientos es, según él, más acorde con nuestras capacidades cognitivas y no está sujeta a los errores a que nos conduce el lenguaje lo cual, sin esta guía, distorsiona el pensamiento puro. Por esto Brouwer recomendaba mucho cuidado en el uso del lenguaje en las matemáticas; éste sólo debería ser utilizado para auxiliar la memoria y para la comunicación estrictamente necesaria entre los matemáticos. Aparte estas dos intromisiones del lenguaje, la matemática se debe hacer en completo aislamiento. En apariencia, Brouwer intentó seguir sus preceptos internándose en un bosque cerca de Amsterdam para dedicarse más, exclusivamente, a la matemática (acerca de esto véase van Stigt, 1990).

REVISIONISMOS Y ANTIRREVISIONISMOS INTERNOS Y EXTERNOS

Otra estrategia para eliminar el carácter paradójico del caso Brouwer la ha sugerido Axel Barceló en su "Revisionismo en filosofía de las matemáticas".[6] Según él, la distinción ya está presente en los textos recientes de Penelope Maddy[7] y John Burgess y Gideon Rosen.[8] La idea es distinguir entre un revisionismo interno o matemático y un revisionismo externo o metafísico. Según Barceló, una filosofía de las matemáticas es revisionista interna cuando "busca establecer, transformar o rechazar criterios matemáticos de justificación y existencia, a partir de otros criterios y medios *matemáticos*".[9] Por otro lado, una filosofía de las matemáticas se dice revisionista externa si "desde una posición filosófica externa a las matemáticas, no necesariamente filosófica, busca establecer, criticar, transformar o rechazar criterios matemáticos de justificación y existencia *qua* criterios de justificación y existencia real".[10] Si aceptamos la dicotomía en cuestión y si además es correcta la caracterización anterior de la motivación filosófica para la matemática intuicionista, entonces podríamos decir que la filosofía de las matemáticas de Brouwer es revisionista externa y antirrevisionista interna. En contraste, talvez el programa de Hilbert pudiera ser tomado como el ejemplo más ilustrativo de una filosofía de las matemáticas de corte revisionista interno.

Sin embargo, habría que preguntar ¿qué significa criticar un criterio de justificación o de existencia a partir de otro criterio de justificación o de existencia? Imaginemos un matemático euclideano para quien el criterio de existencia consiste en lo que se puede construir en el plano utilizando sólo una regla sin escala y un compás. Imaginemos además un matemático hilbertiano que decide criticar el criterio de existencia euclideano apelando a su propio criterio de existencia de entidades geométricas como la consistencia del respectivo sistema de axiomas.[11] Hasta donde alcanzo a observar, el criterio de consistencia no nos permite evaluar el criterio euclideano a no ser que entren en juego otras consideraciones de orden pragmático y también filosófico como, por ejemplo, la sospecha de que la intuición euclideana del espacio no es una buena guía

---

[6] Barceló, 2004.

[7] Maddy, 1997.

[8] Burgess y Rosen, 1997.

[9] Barceló, 2004: 150.

[10] Barceló, 2004: 150.

[11] Véase Hilbert, 1899.

para decidir acerca de lo que existe en términos matemáticos: tal intuición no nos permitiría, por ejemplo, construir un número irracional.

Creo que no es factible pensar en una crítica exclusivamente interna o meramente externa de los criterios de evaluación y justificación de una determinada práctica matemática. Por un lado, pensar en una crítica sólo interna sería concebir la actividad matemática como aislada de otras actividades dentro de las cuales juega un papel central como lo son, por ejemplo: la ciencia y nuestras actividades más cotidianas de contar, medir, ordenar, entre otros. Como, en mi opinión, la matemática no se puede desvincular de estas otras actividades sin perder por completo su identidad, es plausible pensar que cualquier cambio en las matemáticas será siempre interno y externo al mismo tiempo. Por otro lado, un intento de revisión estrictamente externo a la matemática tendría que ser algo totalmente artificial que no tomara en cuenta la práctica matemática tal y como ésta se lleva a cabo en las comunidades de matemáticos y científicos de otras disciplinas afines. La imposición de tal cambio sería algo así como la reforma del lenguaje cotidiano —el llamado nuevo lenguaje— que quiso implantar El Gran Hermano en la ficción de George Orwell:[12] algo completamente artificial y sin ninguna posibilidad de éxito aunque fuera impuesto por la fuerza bruta.

Es muy probable también que sea esta la conclusión a la que quiere llegar Barceló al final de su texto cuando parece desesperarse de la búsqueda de un criterio para distinguir el revisionismo interno del revisionismo externo. Pero si el revisionismo así como el antirrevisionismo son a la vez internos y externos, ¿de qué serviría esto para su crítica final al antirrevisionismo de Maddy[13] y a los supuestos antirrevisionismos[14] de la escuela de St. Andrews y de Hartry Field[15]? Para empezar, el problema con la posición de Maddy no reside en su antirrevisionismo, sino en la autonomía conferida por ella a la práctica matemática que la torna inmune a las críticas desde la ciencia. En segundo lugar, creo que de acuerdo con la definición del propio

[12] Orwell, 1949.

[13] En la parte III, capítulo 4 de su *Mathematical Naturalism* (Maddy, 1997) Maddy argumenta contra Quine que la práctica matemática es autónoma en relación con la práctica científica, lo que bloquearía la interferencia de esta última práctica sobre la práctica matemática y por lo tanto la posibilidad de un revisionismo externo a la misma.

[14] De acuerdo con Barceló, 2004: 153.

[15] Sin embargo, se podría considerar a Field como revisionista en el sentido de que su reconstrucción nominalista de las teorías físicas produce una nueva matemática sin presuposiciones ontológicas respecto de los objetos matemáticos.

Barceló, los neofregeanos tendrían que ser clasificados como revisionistas externos, una vez que buscan una justificación filosófica para el principio de Hume (el único axioma, según ellos, de la aritmética del primer orden), que es la fuente de la existencia de los números naturales y también de la legitimidad del conocimiento de tales objetos abstractos. El que Barceló haya considerado, correctamente en mi opinión, a la escuela de St. Andrews como antirrevisionista me parece más un indicio de que no ha tomado en serio su propio criterio de distinción entre revisionismos internos y externos. En tercer lugar, es correcta la interpretación de Field como antirrevisionista en contra de la manera como algunos lo han interpretado.[16] Pero es necesario recalcar que su proyecto de nominalización de las teorías científicas que consideramos como verdaderas tiene como único objetivo mostrarnos que es posible hacer ciencia, aunque de una manera extremadamente enredada y por lo tanto muy poco práctica, dispensando el compromiso ontológico con números. Una vez que hemos sido capaces de deshacernos de la obsesión con los objetos matemáticos abstractos podemos continuar utilizando la matemática usual sin ningún problema; el programa tiene solamente una finalidad terapéutica.[17]

CONSIDERACIONES FINALES

Para finalizar, me parece importante insistir en que la distinción interno-externo respecto al revisionismo en filosofía de las matemáticas carece de un suporte argumentativo sólido y de evidencia en términos de ejemplos que la respalden. Quizá fuera apropiado en este contexto lanzar mano de la noción de equilibrio reflexivo sugerida por Nelson Goodman[18] para explicar el cambio en las prácticas matemáticas y en sus respectivos criterios de evaluación. La idea de Goodman es que los cambios en las prácticas son controlados por los criterios de evaluación normalmente aceptados —los cuales son parte de nuestra manera de concebir las prácticas mismas— y tales criterios a su vez cambian como resultado de aquellas aplicaciones que entran en conflicto con las prácticas vigentes, las cuales son abiertas en el sentido de no completamente regladas; de este modo, se establece una situación de equilibrio entre las prácticas mismas y nuestra concepción sobre ellas.

[16] Seguramente lo han interpretado así Burgess y Rosen (en Burgess y Rosen 1997).

[17] A este propósito, véase Field 1980: 12-16, 20-29 y Field 1989: 14-20.

[18] En su *Fact, Fiction and Forecast* (Goodman, 1965: 62-66), el término 'equilibrio reflexivo' no es del propio Goodman pero captura bastante bien el espíritu de su propuesta.

BIBLIOGRAFÍA

Barceló, Axel, (2004), "Revisionismo en filosofía de las matemáticas", en *Signos Filosóficos*, núm. 12, pp. 149-154.

Brouwer, Luitzen, (1907), "On the foundations of mathematics", en Heyting, A., (1975).

Burgess, John y Rosen, Guideon, (1997), *A Subject with no Object*, Oxford, Oxford University Press.

Dummett, Michael, (1973), "The philosophical basis of intuitionistic logic", en Dummett, pp. 215-247.

__________, (1978), *Truth and Other Enigmas*, Londres, Duckworth.

Field, Hartry, (1980), *Science without Numbers*, Princeton, Princeton University Press.

__________, (1989), *Realism, Mathematics and Modality*, Oxford, Blackwell.

Goodman, Nelson, (1979), *Fact, Fiction and Forecast*, Nueva York, The Bobbs-Merrill Company.

Heyting, Arend, (1975), *L. E. J. Brouwer: Collected Works*, vol. 1, Amsterdam, North-Holland.

Hilbert, David, (1899), *Grundlagen der Geometrie*, Leipzig, Teubner.

___________, (1902), *The Foundations of Geometry*, Chicago, Open Court.

___________, (1922), "The new grounding of mathematics", en W. Evald, (2000), *From Kant to Hilbert*, Oxford, Oxford University Press.

Maddy, Penélope, (1997), *Naturalism in Mathematics*, Oxford, Oxford University Press.

Orwell, George, (1949), *Nineteen Eighty Four*, Londres, Secker and Warburg.

Strawson, Peter, (1959), *Individuals*, Londres, Methuen.

van Stigt, Walter, (1990), *Brouwer's Intuitionism*, Amsterdam, North-Holland.

Wittgenstein, Ludwig, (1953), *Philosophical Investigations*, Oxford, Basil Blackwell.

____________, (1969), *Philosophische Grammatik*, Frankfurt & Oxford, Suhrkamp & Basil Blackwell.

____________, (1974), *Philosophical Grammar*, Oxford, Basil Blackwell.