Signos Filosóficos, vol. VII, núm. 13, enero-junio, 2005, pp. 107-114

¿QUIÉN REVISA, CÓMO SE REVISA Y QUÉ HACE POSIBLE REVISAR LA MATEMÁTICA?

WILFREDO QUEZADA PULIDO*

1

La discusión sobre revisionismo *vs.* antirevisionismo en matemáticas, enfatizada recientemente en Penélope Maddy (1997), John Burgess y Gideon Rosen (1997), y Stewart Shapiro (2002), parece no querer abandonarnos. Una muestra de ello en español son los artículos de Axel Barceló (2004) y Sílvio Pinto (2004). Mi sensación general es que, como siempre, tanto Barceló como Pinto capturan por un lado aspectos valiosos relacionados con el problema pero, por otro, pierden o no consideran otros. Indicaré primero aquellos aspectos que considero indisputables en ambos casos, y luego las limitaciones que veo en cada posición.

Barceló argumenta con claridad que la defensa simultánea de un antirevisionismo metafísico (externo) y de un revisionismo interno que vuelvan en conjunto la matemática y su práctica suficientemente autónomas de cualquier otra ciencia, lleva de manera inevitable a abandonar la empresa total de la justificación de dicha disciplina. Esto implica a su vez admitir una forma de relativismo metodológico y es lo que parece ocurrir con Maddy. Ella rechaza el naturalismo inicial de Willard Van Orman Quine, sobre todo, debido a que el holismo confirmacional que lo sostiene nos obliga a aceptar que la aplicación de la matemática debe afectar centralmente la metodología de esta última. Pero argumenta de manera razonable que si las aplicaciones a la ciencia empírica fueran los verdaderos árbitros de la ontología matemática, entonces, los matemáticos trabajando acerca de cuestiones de independencia en teoría de conjuntos no

* Universidad de Santiago de Chile, wquezada@lauca.usach.cl

podrían tomar una decisión para aceptar en ZFC,[1] por ejemplo, el axioma de constructibilidad ($V=L$), o aceptar, por el contrario, que existen cardinales medibles (MC), sin antes examinar los desarrollos en teoría cuántica. Ya que esta última teoría está en desacuerdo con la matemática del continuo, la metodología de la teoría de conjuntos debería depender de cómo *la cuestión de la aplicación literal de la matemática del continuo es resuelta*. Esto significa que tales matemáticos deberían estar vitalmente interesados en las cuestiones de renormalización en teorías de campo cuántico, de gravedad cuántica y otras aplicaciones de la matemática del continuo. Pero como indica Maddy, los matemáticos que trabajan en teoría de conjuntos no parecen atender a dichas cuestiones más que cualquier otro observador neutral.[2] Esto según Maddy nos obliga a concluir que el naturalismo quineano debe ser abandonado, en particular, su holismo. Llamaré a esto el *desafío del holismo naturalista*.

La crítica de Barceló y de otros[3] es que la respuesta de Maddy al holismo naturalista, aunque eficaz para la cuestión de la metodología, impide justificar la matemática y la vuelve una empresa tan acientífica como la astrología, es decir, nos lleva a situarnos en la misma posición de un naturalismo astrológico que no da cuenta de sus métodos y criterios fuera de la astrología misma, lo que implicará abrazar una forma de relativismo metodológico. Llamaré a esto el problema del *naturalismo matemático radical*. Lo valioso de esta crítica, a mi juicio, es que, más allá de la cuestión del revisionismo externo *vs.* interno, muestra que una filosofía de las matemáticas que enfatiza excesivamente las prácticas llevará de manera inevitable a descuidar las cuestiones sustantivas de existencia y justificación.

2

Sin embargo, lo que resulta discutible es que, como parece sugerir la argumentación final de Barceló, la salida al relativismo de Maddy deba ser el (eterno) retorno a un revisionismo metafísico o externo. En otras palabras, que admitir dicho revisionismo es una condición (al menos necesaria) para superar el desafío del holismo naturalista. Esto, en mi opinión, desplaza el valor de la revisabilidad a una posición que no le

[1] La teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel más el axioma de elección (*choice axiom*).

[2] *Cfr.*, Maddy, 1997: 159.

[3] *Cfr.*, Dieterle, 1999 y Tennant, 2002.

corresponde. La revisabilidad de la matemática y sus posibles limitaciones siempre será la *consecuencia* de una posición epistémica general, sea el naturalismo de Quine, el naturalismo matemático de Maddy u otra posición. Es decir, *revisable* o *no-revisable* son categorías heurísticas, dentro de una metodología, garantizadas o no, por una concepción filosófica general que toma en cuenta las prácticas concretas. Esto me lleva a la crítica de Pinto.

3

Pinto, acertadamente a mi juicio, argumenta que si uno examina la lógica y la historia de las prácticas concretas de la matemática no encuentra soporte alguno para sostener la distinción revisionismo (o antirevisionismo) externo/revisionismo (o antirevisionismo) interno, lo que la vuelve una construcción artificial. Esta artificialidad se deja ver además cuando Barceló sugiere que aquél quien, contra lo que parecería, sostiene que las contribuciones de Gottlob Frege, David Hilbert y Bertrand Russell no fueron revisiones externas sino internas, está cometiendo una petición de principio, pues admitiría una visión histórica de vencedores, de acuerdo con la cual "los filosófos [¿?] serían presentados como matemáticos cuando sus propuestas son exitosas, y como revisionistas metafísicos cuando no lo son".[4] Esta visión es posible, pero dudo mucho que cualquier historiador profesional de las matemáticas la haría suya, pues significaría que ningún matemático-filósofo (o matemático-matemático, si uno quiere) podría cometer errores *qua* matemáticos. De este modo, en esa historia vencedora se debería decir, por ejemplo, la defensa de Gottfried Leibniz y otros de que 1-1+1-1+1 ... = 1/2, o la insistencia de Agustín Louis Cauchy de que no se podían ofrecer representaciones en términos de series trigonométricas de funciones arbitrarias, fueron errores metafísicos. No conozco ninguna historia de las matemáticas en que se afirme ese tipo de cosas. Por otro lado, es evidente que se podría construir una historia vencedora invertida en la que los vencedores son los metafísicos y donde los errores corresponden a los matemáticos *qua* matemáticos. Todo esto suena tremendamente arbitrario y ayuda a inclinar la balanza en favor de Pinto.

[4] Barceló, 2004: 151.

4

Por otro lado, señalar que no hay razones para defender la distinción revisionismo externo *vs.* revisionismo interno no permite imaginar todavía ninguna solución al problema del naturalismo matemático radical de Maddy. Y de esta manera, podemos vernos devueltos a los problemas del naturalismo quineano que impulsaron a Maddy para hacer sus propias propuestas. De hecho, si no se invoca una tesis adicional, quedamos igualmente comprometidos con el holismo naturalista de Quine, dicho de manera cruda, la evidencia confirmando cotidianamente teorías científicas o filosóficas junto con el resto de nuestra visión total del mundo (incluyendo en ella las actividades de contar o medir, señaladas por Pinto), puede ser considerada también como confirmando enunciados o inferencias matemáticas. Sin embargo, es valioso que Pinto invoque efectivamente un principio que puede arrojar luces acerca del problema creado por la decisión de Maddy de dar autonomía radical a la práctica matemática, el así llamado principio del equilibrio reflexivo de Nelson Goodman. En palabras de él, "una regla es enmendada si proporciona una inferencia que no estamos dispuestos a aceptar; una inferencia es rechazada si viola una regla que no estamos dispuestos a enmendar".[5] El problema con el principio de Goodman es que los criterios que controlan los cambios en las prácticas pueden efectivamente ser el resultado de cómo conciben las prácticas los mismos matemáticos: es su reflexión previa sobre las prácticas pasadas y presentes la que sirve para revisar las inferencias hechas por los matemáticos, o son estas inferencias las que sirven para enmendar las prácticas vigentes de aquellos. Y el caso planteado por Maddy satisface claramente esta lectura del principio: la discusión acerca de las consecuencias de la aceptación de la independencia de $V=L$ indicaría que los matemáticos y no otros determinarán el equilibrio, al menos en ese caso. Aquellos de acuerdo con $V=L$ preferirán un universo conjuntista austero, que preserve el axioma de elección y la hipótesis del continuo, y contenga sólo algunos cardinales grandes (por ejemplo, cardinales regulares e inaccesibles). Otros (tal vez la mayoría) considerarán a $V=L$ una hipótesis que restringe de una manera inaceptable nuestro concepto general, iterativo, de un conjunto. Según ellos, las consecuencias inferenciales más graves de dicho axioma serían, además de las severas restricciones internas sobre el universo conjuntista (por ejemplo el rechazo de MC, del cardinal de Mahlo, etcétera), las externas: afectaría la anchura del buen orden

[5] Goodman, 1965: 64.

de los reales, de los conjuntos medibles de acuerdo a una medida-no-Lebesgue, etcétera.[6] Sea como sea que se decida esta cuestión, aparentemente las únicas prácticas y las únicas reglas o criterios de evaluación que deben ser contrastadas son aquellas admitidas por la comunidad de los matemáticos.

Es interesante señalar que el mismo principio es invocado por Philip Kitcher para defender una versión constructivista de la matemática que, como él afirma, surge "del conocimiento rudimentario adquirido por percepción"[7] y tiene, como es obvio, una dimensión social indudable. No obstante, la versión de Kitcher, dados sus fuertes presupuestos millianos y empiricistas, parece caer igualmente presa del naturalismo confirmacional de Quine, como de hecho él mismo reconoce.[8] Esto, a mi juicio, indica que, pese a la eficacia metodológica del principio de Goodman, él por sí mismo no es capaz de resolver la cuestión de Barceló acerca de los criterios de justificación y existencia.

5

Las consecuencias que hemos comentado en las secciones anteriores parecen más bien limitadas en su alcance filosófico, sin embargo, resultan esperables, pues en mi opinión, responden a la naturaleza de las cuestiones que Barceló, Pinto y, sin duda, Maddy han querido, en el fondo, contestar, es decir, cuestiones fundamentalmente de naturaleza metodológica. La primera cuestión era ¿quién debe revisar la matemática? Según vimos, la respuesta razonable es que puede ser un matemático *qua* matemático, o *qua* filósofo, o *qua* psicólogo, o *qua* físico, etcétera. Pero esto significa que también puede ser un filósofo *qua* matemático, o un psicólogo *qua* matemático, o un físico *qua* matemático, etcétera. Insistir en defender un criterio histórico o lógico para especificar cuándo ocurre un caso u otro, no parece una tarea alentadora para iluminar las cuestiones fundamentales relacionadas con el revisionismo en las matemáticas.

En segundo lugar, zanjada la cuestión acerca de quién revisa las matemáticas, la cuestión natural a plantearse es cómo se revisa en las matemáticas y, con ella, la cuestión más profunda de cómo se verifica el cambio en ellas. La respuesta de Pinto —con

[6] Como señala Maddy, los teóricos críticos de $V=L$, entre los cuales el primero es el mismo Gödel (Gödel, 1947), son la mayoría; *Cfr.*, May, 1997: 84-85.

[7] Kitcher, 1984: 98-99.

[8] Kitcher, 1984: 4.

la que simpatizo—- es que una buena explicación inicial se encuentra si se apela al principio de Goodman. En otras palabras, el cambio ocurre cuando se rompe el equilibrio reflexivo entre las prácticas de los matemáticos y los criterios de evaluación, la revisión consistirá entonces en proponer criterios externos o internos que capturen las nuevas prácticas y viceversa. A pesar de la eficacia de esta respuesta, ella resulta filosóficamente impotente también para responder a los problemas que suscitan el holismo confirmacional de Quine y el naturalismo matemático radical de Maddy.

6

Creo que lo que hace falta para avanzar en la dirección de contestar estas preguntas es enfrentar una cuestión epistemológica, o si se quiere epistemológico-trascendental previa la cuestión de qué hace posible revisar en matemáticas. El mejor trasfondo para dicha respuesta a mi juicio lo sigue ofreciendo en buena parte el naturalismo defendido por Quine (y probablemente una interpretación naturalizada afín de Ludwig Wittgenstein). Sin embargo, la respuesta directa al gran problema de dicho naturalismo, holismo sólo puede residir en tomarse en serio los fundamentos naturalistas de nuestra red de creencias, entendidos como fundamentos biológicos-evolutivos de nuestra cognición global. Esto significa asumir que el conocimiento matemático está íntimamente conectado con dichos fundamentos, lo que lo vuelve a su vez una extensión de nuestras actividades cognitivo-corporeizadas. Una visión como ésta ha sido defendida de forma rigurosa por George Lakoff y sus colaboradores.[9] Ellos sugieren que los objetos matemáticos son conceptos corporeizados, esto es, ideas que se encuentran en última instancia ancladas en la experiencia humana y que se conectan entre sí mediante mecanismos conceptuales humanos. Tales mecanismos fundamentalmente descansan en el uso de lo que ellos llaman metáforas conceptuales y mezclas conceptuales. Dadas las limitaciones de espacio, no es éste el lugar para explicar tales mecanismos y cómo operan en las prácticas matemáticas concretas. Sin embargo, al menos un ejemplo puede dar una idea de cómo aplicar la teoría de Lakoff a nuestra discusión. Para ello, volvamos al problema de Maddy sobre las razones para aceptar $V=L$ o MC. En acuerdo con los argumentos de la matemática corporeizada, aceptar $V=L$ significaría admitir una concepción jerarquizada y clásica de caracterizar conjuntos. Esto significa a su vez que aquellos que favorecen el axioma de constructibilidad favorecerán

[9] Lakoff y Núñez, 2002 y Lakoff y Johnson, 1999.

la me-táfora conceptual *Conjuntos son contenedores*, entre otras. Es mucho más intrigante la cuestión de cuáles son las metáforas conceptuales que están detrás de MC. Yo sugiero, provisionalmente, que subyacen a él todas las metáforas propias de conjuntos no-construibles, en particular, la metáfora construir conjuntos es construir categorías ascendentes. El trabajo de Lakoff permite con justa medida dar sentido cognitivo-corporeizado a estas metáforas conceptuales, pero es esto precisamente en lo que no podemos entrar aquí. Lo importante es que si esta concepción es correcta entonces ella da una explicación inicial al problema del holismo: conceptualizaciones nuevas o diferentes de los matemáticos (mecanismos internos) pueden licenciar modificaciones de sus prácticas sin considerar las prácticas en otras disciplinas científicas o filosóficas. Sin embargo, el fundamento biológico otorga la necesaria continuidad con las conceptualizaciones que soportan la práctica en tales disciplinas. Esto garantiza el naturalismo y deja abiertas las revisiones a elementos externos. De este modo, lo que hace posible y valiosa la revisión en matemática permanece tan cerca del filósofo como del matemático, pues es lo mismo que hace posible la cognición general que sostiene sus vidas.

BIBLIOGRAFÍA

Barceló, Axel, (2004), “Revisionismo en filosofía de las matemáticas”, en *Signos Filosóficos,* núm 12, pp. 149-154.

Burgess, John y Gideon Rosen, (1997), *A Subject with no Object: Strategies for Nominalistic Interpretation of Mathematics,* Oxford, Oxford University Press.

Dieterle, Jill, (1999), “Mathematical, astrological, and theological naturalism”, en *Philosophia Matemática*, núm. 3, vol. 7, pp. 129-135.

Goodman, Nelson, (1965), *Fact, Fiction and Forecast,* Nueva York, The Bobbs-Merrill Company.

Kitcher, Philip, (1984), *The Nature of Mathematical Knowledge*, Oxford, Oxford University Press.

Lakoff, George y Marx Johnson, (1999), *Philosophy in the Flesh*: *The Embodied Mind and its Challenge to Western Thought*, Nueva York, Basic Books.

Lakoff, George y Rafael Nuñez, (2002), *Where Mathematics come from: How the Embodied Mind Brings Mathematics Into Being,* Nueva York, Basic Books.

Maddy, Penelope, (1997), *Naturalism in Mathematics*, Nueva York, Oxford University Press.

Pinto, Sílvio, (2004), “Revisionismo, antirrevisionismo y filosofía de las matemáticas”, en *Signos Filosóficos,* núm. 12, pp. 155-162.

Shapiro, Stewart, (2002), “Modeling and normativity: How much revisionism can we tolerate?”, en *Agora*, núm. 20, pp. 159-173.

Tennant, Neil, (2000), “What is naturalism in mathematics, really?”, en *Philosophia Mathematica*, núm. 3, vol. 8, pp. 316-338.