

EL REVISIONISMO EN FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS

MAX FERNÁNDEZ DE CASTRO*

El problema del revisionismo, que ha sido el punto central en este debate, forma parte de otras cuestiones más generales, a saber, ¿qué relación debe tener la filosofía de las matemáticas respecto a la práctica matemática?, ¿cuáles son los criterios por los cuáles juzgar el éxito de una filosofía que pretende explicar o describir el quehacer matemático?, ¿qué relación guarda la filosofía con las disciplinas científicas?

Inspirado en los textos de Penélope Maddy (1997) y de John Burgess y Gideon Rosen (1997), Axel Barceló estipula que una explicación de las matemáticas es revisionista si “entra en conflicto con la práctica matemática exitosa”.¹ Para algunos el revisionismo, al menos en su sentido relevante, se limitaría a lo que Barceló caracteriza como “revisionismo externo” que “desde una posición [...] externa a las matemáticas busca establecer, criticar, transformar o rechazar criterios matemáticos de justificación y existencia *qua* criterios de justificación y existencia real”² y que contrasta con el menos radical “revisionismo interno” que “busca establecer, criticar, transformar o rechazar criterios matemáticos de justificación y existencia a partir de otros criterios y medios matemáticos”.³ Desde luego, la división no es perfecta. Podría haber un revisionista externo e interno (por ejemplo, Gottlob Frege que propugna en los

* Profesor-investigador, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, xamf_mx@yahoo.com

¹ Barceló, 2004: 149.

² Barceló, 2004: 150.

³ Barceló, 2004: 150.

Grundlagen, por razones matemáticas y filosóficas nuevos métodos analíticos mucho más rigurosos de los hasta entonces usados). También podría haber un revisionista que no fuese externo ni interno. Sería el caso de alguien (por ejemplo, un carnapiano) que propusiese por razones ajenas a la práctica matemática nuevos criterios de existencia matemática, pero no “*qua* criterios de justificación y existencia real”.

Advirtamos que la distinción en la pluma de Maddy sirve para agravar el caso del revisionista externo: por un lado, se opone a una práctica matemática establecida y atenta contra la libertad del matemático, y por otra, lo hace desde el exterior. Con ello, quisiera aislar este segundo componente: la propuesta metodológica de Maddy se opone al uso de criterios externos para juzgar la práctica matemática y tendría que oponerse a una explicación filosófica que empleara estos criterios aun si no entrara en conflicto con la práctica exitosa. Es decir, Maddy condena tanto o más lo externo que lo revisionista:

The only available methods are the scientific ones; for the naturalist, the evaluation and assessment of scientific methods must take place within science, using those very methods themselves. (Maddy, 1987: 181)

Sólo que, en el caso de las matemáticas, Maddy considera como externos los métodos de las otras ciencias.

Sin embargo, como lo señala acertadamente Silvio Pinto, el intento de aplicar estas distinciones a ejemplos históricos concretos crea no pocas dificultades. El primer problema es qué debe contar como una sugerencia de revisión en la práctica matemática. Una propuesta metodológica novedosa para tratar un problema antiguo de manera hasta entonces ilícita, ¿es una revisión o simplemente la introducción de un concepto novedoso? La cuestión se plantea aquí con mayor agudeza que en el caso de otras disciplinas por el carácter no-empírico de la matemática o, si somos quineanos, por el gran alejamiento entre la matemática y el borde empírico de la ciencia. Para poner un ejemplo extremo, pero a la vez breve, de la cuestión que pretendo señalar, recuérdese que Willard Van Orman Quine, quien había sugerido que todo en la ciencia es susceptible de revisión, llegó a sostener que ninguna revisión en la lógica es posible. Cualquier intento de postular que algún conectivo usual obedece a reglas distintas de las preconizadas por la lógica clásica debe verse como una teoría que trata de otros conceptos y relaciones, y que no entra, por tanto, en conflicto con aquélla. Algo similar propuso Imre Lakatos, en su estudio de los patrones que rigen los cambios en la matemática informal:

Los conceptos generados por la prueba no son ni “especificaciones” ni “generalizaciones” de conceptos ingenuos. El impacto de las pruebas y refutaciones sobre los conceptos ingenuos es mucho más revolucionario que todo eso: borran completamente los conceptos ingenuos cruciales y los reemplazan por conceptos generados por la prueba. (Lakatos, 1982: 110)

En ese sentido no está claro qué entra en conflicto con la práctica matemática exitosa, aunque puede haber algunos casos aislados y ejemplares que podemos calificar de revisionistas.

Más grave es aún el caso de la distinción externo-interno. El problema es más con la palabra *desde* que con la palabra *externo* en la expresión “desde una posición [...] externa a las matemáticas”. Pensemos en las muy similares sistematizaciones del cálculo propuestas, respectivamente, por Bernard Bolzano y Agustin-Louis Cauchy. Sería absurdo condenar la primera porque Bolzano tenía entre sus designios, por ejemplo, al demostrar el teorema del valor intermedio, refutar la opinión de Immanuel Kant respecto a las matemáticas, y aceptar la segunda porque en la biografía de Cauchy no hallamos preocupaciones metafísicas, o al menos ninguna vinculada con su trabajo profesional. Desde luego que no se trata de los motivos por los cuales alguien recomienda una revisión, sino de la justificación que ofrece para ello, pero el punto es que la misma reforma puede ser defendida por argumentos de índole muy diversa y la relación entre la justificación y la propuesta de revisión no siempre es tan evidente. A este respecto, concuerdo con Barceló en que es muy arbitrario calificar, como es sólito, al intuicionismo de Luitzen Brouwer como externo y al formalismo de David Hilbert como interno. Por ejemplo, este último parece un revisionismo interno porque defiende la libertad del matemático para hacer su ciencia como le plazca, sólo sujeto a una condición matemática (la demostración de consistencia de la formalización respectiva). Sin embargo, en las presentaciones que de él hizo Hilbert, el programa siempre está sostenido por un marco de inspiración kantiana que representa por sí mismo una filosofía de las matemáticas bastante novedosa.

Me parece que estamos de acuerdo los participantes en esta discusión (incluido a mi juicio Barceló) en que las distinciones revisionista-no revisionista/ interno-externo, son difíciles de aplicar. Aun así, creo que la calificación *revisionista* (refiriéndonos con ello, a lo que aquí ha sido llamado “revisionismo externo”), es útil en algunos casos extremos.

Por supuesto que dificultades similares, aunque menores, aparecen con el antirrevisionismo. Digo *menores* porque no se trata tanto de juzgar posiciones filosófi-

cas ya dadas, como de determinar qué relación debe o puede guardar la filosofía respecto a las matemáticas. Dicho sea de paso, no me parece correcta la apreciación de Pinto de que la posición de Quine es antirrevisionista, al menos no sin algunos matices. Por un lado, es revisionista respecto a las matemáticas y precisamente por eso Maddy lo critica, señalando con ello un acierto y a la vez una dificultad en la filosofía de las matemáticas de este autor. El acierto consiste en que la necesidad matemática es explicada sin apelar a nociones intensionales y la desventaja es que resulta una explicación que no parece adecuarse a la práctica matemática, como bien dice Wilfredo Quesada. Por otro lado, Quine sostiene desde *Word and Object* que el filósofo debe partir, como el marinero de Neurath, de la mejor teoría del mundo a su disposición que es actualmente la de la totalidad de la ciencia unificada (desde luego que ésta es una abstracción idealizada), pero después, empleando métodos en continuidad con los científicos, puede proponer cambios que redondeen el cuerpo de la ciencia.

Este es un ejemplo de cómo el calificativo *antirrevisionista* aun nos es útil. Otro es la posición de Maddy que puede ser calificada de antirrevisionista externa. Podemos eliminar el adjetivo *externo* (difícilmente alguien se opondría, creo yo, a que el matemático propusiera nuevos métodos fundados en consideraciones sólo internas a su disciplina). El punto es si la posición extrema de Maddy puede sostenerse. A mi juicio no es posible. Es decir, defenderé en la medida de lo posible en este espacio tan reducido el revisionismo o, si se prefiere, el revisionismo externo. Aunque sea redundante, diré que esta es la posición según la cual para resolver los problemas de la filosofía de las matemáticas, por ejemplo, para determinar la naturaleza de los objetos matemáticos y qué tipo de existencia tienen, es necesario recurrir a consideraciones externas a la práctica matemática, y es legítimo que, como resultado de esta operación filosófica, algunas partes de la matemática sean marginadas como no proveyendo criterios de existencia y justificación reales. Tal vez deba precisar este último punto. Si bien el conflicto con la práctica matemática exitosa es un elemento importante para evaluar una filosofía de las matemáticas, no creo que sea la consideración última a la cual todas las otras deban someterse.

La oposición al revisionismo en este sentido proviene, a mi juicio, de que la excesiva preocupación con los fundamentos de las matemáticas llevó a los filósofos a considerar como único objeto de estudio la aritmética elemental o la teoría de conjuntos alejándolos de los problemas más novedosos que afrontaba el matemático contemporáneo. Por supuesto que la filosofía de las matemáticas debe partir de la práctica matemática de su tiempo y no de especulaciones ajenas a ella. Sin embargo, debemos recordar que esto puede tomarse en dos sentidos. Existe la práctica matemática de justificación y, en ese sentido, el filósofo debe atender a lo que en su

tiempo son los resultados y métodos aceptados por la comunidad matemática. Hay además el estudio de las prácticas de descubrimiento y los patrones de evolución de los conceptos matemáticos que también plantean interesantes cuestiones a la filosofía.

Así es que cuando defiendo un revisionismo (externo), en el sentido muy moderado que señalé antes, no recomiendo que el filósofo desatienda el quehacer matemático. A lo que me opongo simplemente es a la posición extrema de Maddy y a que el elemento *revisionista* sea suficiente para condenar una filosofía de las matemáticas.

Me parece que al pasar del naturalismo quineano al naturalismo de Maddy perdemos sus fundamentos. Para Quine el filósofo puede y debe apoyarse en la ciencia de su tiempo para contestar a las preguntas específicas de su disciplina (y debe, además, hacerlo con métodos similares a los científicos). No defiendo esta posición, aunque reconozco su coherencia. El epistemólogo parte de lo que la ciencia le dice sobre el conocimiento. La postura de Quine nace no sólo de un respeto por la ciencia sino del reconocimiento de que ésta aporta algo a las grandes cuestiones filosóficas. Maddy no puede pretender lo mismo de las matemáticas. Las preguntas por la naturaleza y existencia de los objetos matemáticos o por los fundamentos de nuestro conocimiento de ellos no pueden ser contestadas haciendo más matemáticas.

La dificultad de Maddy queda ilustrada por el problema del astrólogo, pero puede plantearse de otras maneras. Tomemos como ejemplo las posturas extremas mencionadas por Barceló, las cuales parten de la premisa de que no es posible dar una justificación externa a los criterios de existencia y justificación matemáticos, para concluir, una, que las matemáticas no están justificadas ni sus objetos existen; y, la otra, que las matemáticas están justificadas y que sus objetos sí existen en el único sentido en que esto puede ser dicho. Su premisa es una condena explícita del revisionismo (externo). Sin embargo, ¿cómo podríamos resolver sus diferencias o justificar su premisa común sin apelar a consideraciones externas? Tal vez una solución coherente sería la de un carnapiano que enviara las cuestiones de existencia y justificación reales al desván de las pseudo-preguntas. Para él, la astrología sería condenable únicamente por su escaso éxito empírico. Otra posibilidad del mismo tenor es la defendida por Ludwig Wittgenstein para quien las cuestiones filosóficas eran ilegítimas, pero como afirma Pinto, es dudoso si no incurrió él mismo en el delito de revisionismo.

Mi conclusión es que la metafísica es necesaria al momento de buscar validar criterios de justificación y existencia matemáticos “*qua* criterios de justificación y existencia reales”, y sea una *metafísica* al estilo quineano (como la que parecen propugnar Pinto y Quezada) o una en un sentido más clásico del término (como la que aparentemente recomienda Barceló).

BIBLIOGRAFÍA

- Barceló, Axel, (2004), “Revisionismo en filosofía de las matemáticas”, en *Signos Filosóficos*, núm. 12, pp. 149-154.
- Burgess, John y Gideon Rosen, (1997), *A Subject with no Object: Strategies for Nominalistic Interpretation of Mathematics*, Nueva York, Oxford University Press.
- Lakatos, Imre, (1982), *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*, Madrid, Alianza Universidad.
- Maddy, Penelope, (1997), *Naturalism in Mathematics*, Nueva York, Oxford University Press.
- Pinto, Sílvio, (2004), “Revisionismo antirrevisionismo y filosofía de las matemáticas”, en *Signos Filosóficos*, núm. 12, pp. 155-162.
- Quezada Pulido, Wilfredo, (2005), “¿Quién revisa, cómo revisa y qué hace posible revisar la matemática?”, en *Signos Filosóficos*, núm. 13, pp. 107-114.
- Quine, Willard Van Orman, (1960), *Word and Object*, Cambridge, The MIT Press.
- Wittgenstein, Ludwig, (1983), *Remarks on the Foundations of Mathematics*, Cambridge, The MIT Press.

D.R. © Max Fernández de Castro, México D.F., enero-junio, 2005