

NATURALISMO, FICCIÓN Y OBJETOS MATEMÁTICOS*

JACOBO ASSE DAYÁN**

Resumen: En reacción al platonismo de Quine acerca de los objetos matemáticos han surgido las posiciones ficcionalistas, tanto las revisionistas como las hermenéuticas. En mi parecer las tres posiciones son defendibles. Cuál elige uno (si es que decidimos elegir una de ellas), depende de convicciones filosóficas muy fundamentales que conciernen a nuestra posición con respecto al naturalismo. En este artículo intento identificar las particularidades de cada una de ellas. Analizo con especial atención a la ficcionalista hermenéutica por ser la más novedosa y propongo que esta posición es afín a —y me parece más sólida en— el marco de una concepción pluralista de la realidad como la de William James.

PALABRAS CLAVE: FICCIONALISMO, INDISPENSABILIDAD, MATEMÁTICAS, NATURALISMO, ONTOLOGÍA

Abstract: *Quine's platonism regarding mathematical objects has been countered by fictionalist interpretations of mathematical discourse. Some of these interpretations are revisionist, while others are hermeneutic. In this essay I argue that all three of the philosophical positions mentioned are tenable, as the choice between them comes down to very fundamental philosophical intuitions concerning naturalism. To show this, I closely examine these positions, paying special attention the hermeneutic fictionalism, in account of it being the most novel of the three. I also suggest that this position is compatible with —and can become stronger if it is inserted in— a pluralistic conception of reality like the one advocated by William James.*

* Este artículo fue realizado en el marco del proyecto CONACYT “Los problemas del conocimiento y la comprensión de las matemáticas.”

** Doctorando en Filosofía de la Ciencia, UNAM, jacob0.asse@gmail.com

KEY WORDS: FICTIONALISM, INDISPENSABILITY, MATHEMATICS, NATURALISM, ONTOLOGY

INTRODUCCIÓN

En el marco de la epistemología naturalizada, la discusión acerca del estatus ontológico de los objetos matemáticos abstractos gira en torno a si éstos figuran o no en las condiciones de verdad de nuestras teorías científicas. La principal objeción, a quienes pretenden deducir la existencia de estos objetos de su presencia en dichas teorías, es que éstos se encuentran en calidad de ficciones y por tanto no deben ser tomados en cuenta al considerar sus condiciones de verdad.

En este artículo propongo realizar un breve análisis de esta discusión, analizando con especial atención las diferentes maneras en las que el concepto de *ficción* opera dentro de los distintos tipos de naturalismo que están implícitos en las respectivas defensas de las posiciones que serán expuestas a continuación.

EL PLATONISMO DE QUINE

El platonismo de Quine se apoya en el argumento de indispensabilidad Quine-Putnam.¹ Este argumento está en la base de la discusión que me ocupa y es el siguiente:

- (P1) Tenemos buenas razones para creer que nuestras mejores teorías científicas son verdaderas.
- (P2) Debemos comprometernos ontológicamente con todas las entidades cuya existencia sea indispensable para que nuestras mejores teorías científicas puedan ser verdaderas.
- (P3) Las entidades matemáticas abstractas son indispensables para nuestras mejores teorías científicas.

¹ Una exposición mucho más minuciosa de este argumento, así como de las principales objeciones ficcionalistas contra él, se encuentran en Asse, 2008.

(C) Debemos comprometernos ontológicamente con las entidades matemáticas abstractas.

La primera premisa refleja el pragmatismo de Quine, según el cual la única evidencia que podemos tener de la verdad de una proposición es el hecho de que creer en ella tiene beneficios pragmáticos. Puesto que la ciencia ha probado ser de la mayor utilidad en nuestra interacción con el mundo, tenemos todas las razones posibles para creer que las teorías científicas son verdaderas.

La segunda premisa, también conocida como el criterio de compromiso ontológico de Quine (CCO), obedece a consideraciones de tipo semántico. Ella revela el hecho de que Quine se suscribe a una semántica tarskiana, según la cual, la verdad de una teoría implica la existencia de todos los objetos a los que ella refiere, esto es, de todos los objetos que tomen el valor de una variable que caiga dentro del rango de un cuantificador existencial. De allí el famoso eslogan de Quine: “to be is to be a value of a variable” (Quine, 1939: 199. Énfasis en el original).

La tercera premisa del argumento afirma que los objetos matemáticos abstractos no son componentes superfluos de las teorías científicas, esto es, que es imposible formular nuestras mejores teorías científicas sin hacer referencia a ellos. En principio, Quine admite la posibilidad de que las teorías científicas pudieran contener elementos ficticios, sin embargo, si estos elementos no pueden ser eliminados de la teoría —si una teoría no puede ser formulada sin hacer referencia a un objeto— ello implica, según él, que este objeto no es ficticio.

El argumento de indispensabilidad es claramente válido, esto es, si aceptamos sus premisas, la conclusión es inevitable. Es importante mencionar que dichas premisas operan dentro del contexto del naturalismo y el holismo defendidos por Quine, mismos que es necesario aceptar para que ellas, particularmente el CCO, sean plausibles.

Existen varios tipos de naturalismo y no todos funcionan en favor del argumento de Quine, por ejemplo, el naturalismo defendido por David Armstrong afirma que “nothing but Nature, the single, all-embracing spacio-temporal system exists” (citado en Colyvan, 2001: 22), y por tanto rechaza la posibilidad de la existencia de objetos abstractos. El naturalismo de Quine es distinto al de Armstrong y consiste en rechazar la

primacía de la filosofía sobre la ciencia. Según esta filosofía, debemos partir del hecho de que tenemos conocimiento y su caso paradigmático es el científico. Así, no hay necesidad alguna de justificar el conocimiento científico bajo ningún tipo de estándares, excepto los establecidos por la ciencia misma. No es que la ciencia sea considerada como infalible, pero el naturalista quineano piensa que es ella la que se encargará de corregirse a sí misma. En adelante a este tipo de naturalismo le llamaré *naturalismo pragmático*.

En cuanto al holismo de Quine, éste consiste en afirmar que la unidad mínima de significado no son los términos individuales o los enunciados, sino las teorías completas: “The unit of empirical significance is the whole of science” (Quine, 1951: 42). Esta tesis se apoya en la creencia de que la única evidencia que tenemos de la existencia de, por ejemplo, los cuerpos es el hecho de que asumirla ayuda a organizar la experiencia (Quine, 1955: 251), y que no es por medio de la ostensión directa que logramos comprender el significado de los términos, sino poniendo atención al papel que éstos juegan en nuestra red de creencias. Esta red, que Quine identifica con la totalidad de la ciencia y la filosofía, funciona en bloque. No es posible tomar algunos de sus elementos y desechar otros, pues cada uno de ellos adquiere su significado de la relación que guarda con el resto de los elementos presentes en la teoría.

El naturalismo y el holismo de Quine funcionan en conjunto para hacer posible su platonismo. El naturalismo exhorta a mirar hacia la ciencia para determinar lo que hay y el holismo obliga a tomar *todo* lo que la ciencia dice que hay, sea ello concreto o abstracto. Las teorías científicas deben ser consideradas como verdaderas y la existencia de los objetos matemáticos es, para Quine, el resultado inevitable de las condiciones de verdad de dichas teorías. Esta manera de considerar la existencia de los objetos matemáticos —como el resultado de ciertas condiciones de verdad— provee el marco fundamental de la discusión que sigue. Puesto que el platonismo de Quine deduce la existencia de los objetos matemáticos a partir de la verdad de las matemáticas, la estrategia ficcionalista consiste precisamente en cuestionar dicha verdad.

EL FICCIONALISMO DE FIELD

En *Science Without Numbers* (1980), Hartry Field pretende refutar el argumento de indispensabilidad de Quine mostrando que su tercera premisa es falsa, esto es, que es posible hacer ciencia sin cuantificar con números y otras entidades matemáticas abstractas. Para ello, elabora una formulación nominalista de la teoría de la gravitación de Newton, con la idea de mostrar que sería posible hacer lo mismo con el resto de la ciencia.² De lograr su objetivo, Field habría mostrado que la tercera premisa del argumento de indispensabilidad es falsa y no hay por qué aceptar la existencia de los objetos matemáticos abstractos. Según Field, los objetos abstractos son sólo ficciones que por motivos pragmáticos hemos inventado para acompañar nuestras teorías científicas nominalistas, pero ciertamente no son de lo que ellas hablan.

Evaluar el éxito del proyecto de Field es, sin embargo, más complicado de lo que a primera vista parecería. Si bien muestra que (discutiblemente) es posible hacer ciencia sin cuantificar sobre objetos abstractos, el hecho es que actualmente la ciencia sí cuantifica sobre ellos. Las teorías nominalistas propuestas por Field son, al menos, pragmáticamente inferiores —menos simples, menos familiares— que las teorías platonistas, por lo cual no han sido adoptadas en la práctica científica. Así, se podría argumentar que, en el marco del naturalismo pragmático de Quine, la existencia de dichas teorías es irrelevante.³

² Es materia de discusión el hecho de si la nominalización propuesta por Field es o no viable.

Dos aspectos controversiales son si los puntos del espacio, a los cuales refieren las teorías de Field, deben ser considerados o no como agentes causales y por tanto concretos. El otro aspecto controversial cuestiona que esta nominalización pueda ser extendida a la mecánica cuántica. No trataré esta discusión. Asumiré, por mor del argumento, que la nominalización propuesta por Field es viable.

³ Respecto a las teorías científicas, Quine no distingue entre virtudes epistémicas y virtudes pragmáticas, por ello se vuelve complicado decir que las teorías nominalistas de Field son diferentes versiones, pragmáticamente inferiores, de las teorías platonistas. De acuerdo con esto, las diferencias entre las teorías de Field y las platonistas las distinguen, y el hecho de que la comunidad científica utilice las platonistas hace que las teorías nominalistas sean irrelevantes.

En un principio, Field afirma que sí pretende que sus teorías nominalistas sean adoptadas por la comunidad científica, por considerarlas superiores a las teorías platonistas:

The motivation for this project did not come solely from considerations about the philosophy of mathematics or about ontology: certain ideas in the philosophy of science (such as the desirability of what I call “intrinsic explanations” and the desirability of eliminating certain sorts of “arbitrariness” or “conventional choice” from our ultimate formulation of theories) also played a key role. (Field, 1980: IX)

Sin embargo, es preciso notar que estas consideraciones acerca del supuesto carácter intrínseco de las explicaciones proveídas por las teorías nominalistas, y del elemento de arbitrariedad presente en las teorías platonistas, dependen fundamentalmente de un supuesto que Quine no estaría dispuesto a aceptar. Estos argumentos presuponen una distinción entre los objetos concretos y los abstractos. Esta distinción incluye el atribuir a los objetos concretos un carácter de *reales* y a los abstractos un carácter de inventados y convencionales.⁴ Estas consideraciones responden claramente a un tipo de naturalismo distinto al pragmático de Quine, y son más bien afines a un naturalismo como el defendido por Armstrong. En adelante, a este tipo de naturalismo lo llamaré *naturalismo espacio-temporal*.

Me parece claro que la disputa entre los defensores de Quine y Field responde a qué tipo de naturalismo es el que uno defiende. Si se defiende un naturalismo pragmático, que no hace distinción entre objetos concretos y abstractos, no hay razón para preferir las teorías nominalistas por encima de las platonistas, ya que las condiciones de verdad de éstas implican la existencia de los objetos matemáticos abstractos. Si, en cambio, se defiende un naturalismo espacio-temporal, las teorías nominalistas son

⁴ Field utiliza el término de *extensión conservativa* de las teorías para referirse a las partes platonistas de las teorías científicas. Una teoría T es una extensión conservativa de N si, y sólo si, para cualquier aserción A acerca del mundo físico y cualquier teoría N acerca del mundo físico, A no se sigue de N + T a menos que se siga de N sola. Así, Field traza una distinción clara entre lo concreto y lo abstracto, y lo abstracto no es más que una especie de aparato teórico que resulta práctico poseer para hablar de lo concreto y real.

preferibles, e incluso, si éstas no han sido adoptadas por la comunidad científica, parecería razonable concluir que ellas son la interpretación verdadera de las teorías platonistas.

Finalmente, la disputa entre Quine y Field consiste en determinar si la mención de los objetos matemáticos en las teorías científicas implica una referencia a un objeto real, o si es una mera ficción. Sin embargo, es preciso notar que la definición misma de *ficción* varía de acuerdo con el tipo de naturalismo que se defiende. Según el naturalismo pragmático, lo real es lo que no puede ser eliminado, o simplemente lo que no es eliminado, de nuestras mejores teorías acerca del mundo. Y de acuerdo con el naturalismo espacio-temporal, todo lo que no es concreto es, necesariamente, ficticio; es esta la convicción filosófica que llevó a Field a formular sus teorías nominalistas. Ambos concuerdan en que la existencia de los objetos matemáticos depende de las condiciones de verdad de las teorías científicas. El meollo del asunto es que sus intuiciones filosóficas respecto al naturalismo —y las definiciones de *ficción* que ellas conllevan— los conducen a diferentes conclusiones acerca de cuáles son estas condiciones de verdad.

Me parece importante anotar que ésta es la única diferencia significativa entre las posiciones de Quine y Field, de manera que, más allá de argumentar en favor de alguno de estos dos tipos de naturalismo, no hay mucho más que hacer para dirimir la disputa. Debido a lo fundamental de estas dos intuiciones filosóficas y a lo difícil que es presentar argumentos en favor o en contra de ellas, me atrevo a decir que más allá de una disputa, cada uno de ellos ofrece una perspectiva particular para analizar la cuestión.

EL FIGURALISMO DE STEPHEN YABLO

La objeción de Stephen Yablo al platonismo de Quine es más complicada. Mientras que Field recurre a decir que las cuantificaciones sobre objetos matemáticos son simplemente falsas —mentiras útiles— Yablo apela a un recurso lingüístico mucho más complejo que la mentira, esto es, a la metáfora. De acuerdo con Yablo, la aserción ‘el número 2 es primo’ con-

tiene un elemento metafórico, a saber, el artículo definido ‘el’ o, más bien, el cuantificador existencial implícito en él (Yablo, 2000: 222).

La complicación que presenta el uso de la metáfora consiste en que, mientras que detrás de —o en oposición a— la mentira se encuentra la verdad, no hay consenso acerca de qué es lo que se encuentra detrás de una metáfora. En particular, Yablo piensa que detrás de una metáfora no hay un contenido literal definido (Yablo, 1998: 253) y, más aún, afirma que la línea entre lo metafórico, o figurado, y lo literal no es clara, de manera que, en ocasiones, es imposible saber si una expresión determinada es o no una metáfora. Así, Yablo plantea una doble indeterminación: en primer lugar, afirma que es imposible saber si las aserciones matemáticas existenciales son emitidas en sentido literal o figurado; y, en segundo, que incluso si llegásemos a determinar que hay allí una metáfora, ello no implica que sería posible determinar el contenido literal que se encuentra detrás de ella.

Yablo no afirma que los objetos matemáticos no existen, sino que utilizando la metodología de Quine —y es la única que le parece viable en principio (Yablo, 1998: 259)— es imposible determinar si éstos existen o no. El no saber si una expresión es emitida en sentido figurado o literal implica que no sabemos si el CCO debe aplicarse a ella, y no poder reemplazar una metáfora por una expresión literal implica que no podemos transformar la expresión en otra a la cual sí se deba aplicar el CCO. Así, más que una tesis nominalista, esta es una tesis *irrealista*,⁵ que lejos de negar la existencia de los objetos matemáticos, afirma que la cuestión está filosóficamente indeterminada. Para concluir, Yablo afirma que su figuralismo no responde a intereses de tipo ontológico, sino semántico; que su interés radica en hacer una descripción fiel e interesante de la práctica matemática. El ficcionalismo no es, según él, una estrategia para deshacerse de objetos abstractos, sino la mejor manera de interpretar el discurso matemático:

At one time the rationale for fictionalism was obvious. We had, or thought we had, good philosophical arguments to show that X's did not exist, or could not be

⁵ Yablo no afirma explícitamente estar defendiendo una tesis semejante, pero concuerdo con Mark Eli Kalderón (2005: 6) en que ella parece estar implícita en la posición de Yablo.

known about if they did. X's were obnoxious, so we had to find an interpretation of our talk that didn't leave us committed to them. That form of argument is dead and gone, it seems to me. It requires very strong premises about the sort of entity that can be known about, or that can plausibly exist; and these premises can always be exposed to ridicule by proposing the numbers themselves as paradigm-case counterexamples. But there is another possible rationale for fictionalism. Just maybe, it gives the most plausible account of the practice. It is not that X's are intolerable, but that when we examine X-language in a calm and unprejudiced way, it turns out to have a whole lot in common with language that is fictional on its face. (Yablo, 2001: 87)

¿Cuál es la *descripción más plausible de la práctica* de la cual habla Yablo? Al igual que Field, Yablo parte de la intuición de que ciertas partes de las teorías matemáticas y científicas son ficciones aceptadas por los integrantes de sus respectivas prácticas por motivos que no responden directamente a sus condiciones de verdad. A diferencia de Field, Yablo no cree que estas ficciones sean superfluas y dispensables, por lo que, en lugar de intentar elaborar una versión nominalista de estas teorías, busca hacer una descripción de las prácticas científicas que incorpora estas ficciones, dándoles incluso un papel central en ellas.

Para Yablo la mejor manera de comprender las prácticas matemáticas y científicas es en el contexto de los juegos de ficción,⁶ y propone que las teorías matemáticas y científicas no son verdaderas como afirma Quine ni falsas como afirma Field, sino parte de un juego en el que la existencia de algunos de los objetos referidos en ellas es simulada con el fin de lograr una exposición que de otra manera no sería posible:

[N]umbers as they figure in applied mathematics are *creatures of existential metaphor*. They are part of a realm that we play along with because the pretense affords a desirable —sometimes irreplaceable— mode of access to certain real-world conditions, *viz.*, the conditions that make a pretense like that appropriate in the relevant game. (Yablo, 2005: 98. Énfasis en el original)

⁶ La manera en la que Yablo entiende la naturaleza de los juegos de ficción se apoya de manera fundamental en las ideas que expone Kendall Walton (2000).

Es importante resaltar el carácter esencial de estas ficciones. Yablo piensa que éstas permiten expresar cosas que de otra manera sería imposible:

To call someone a tail-wagging lapdog of privilege is not simply to make an assertion of his enthusiastic submissiveness. Even a pat metaphor deserves better than this, and [the] analysis is not essentially improved by tacking on a [...] list of further dog-predicates that may possibly be part of the metaphor's meaning [...] the comprehension of the metaphor involves *seeing* this person as a lapdog, and [...] *experiencing* his dogginess. (Moran, citado en Yablo, 1998: 252. Énfasis mío)

Por supuesto que la expresión *perro faldero* no figura en ninguna de nuestras teorías científicas. El punto importante a destacar es que Yablo no concibe a las teorías científicas como simples portadoras de una descripción de la realidad, sino como instrumentos que nos hacen *experimentar* una cierta realidad. La metáfora es un recurso lingüístico algo extraño y esto se hace patente al compararla con el símil. Romeo no dice: “Julieta es *como* el sol”, él dice: “Julieta *es* el sol”. Conforme aceptamos que existe una diferencia entre la metáfora y el símil, estamos aceptando que la metáfora hace más que describir una situación, nos hace *experimentar* algo que va más allá de ella. Considero que es esto precisamente lo que conduce a Yablo a recurrir a la metáfora, pues ella posibilita escapar de la función meramente representacional del lenguaje, permitiéndole hacer un análisis de las matemáticas como actividad y no sólo como un conjunto de enunciados.

Así, algunas metáforas son, según Yablo, indispensables para el *proceder* de la ciencia, como lo es la metáfora matemática existencial. La idea general es que, como matemáticos inseguros (o ambivalentes acerca) de si los números existen o no, al refererir a ellos lo hacemos en un sentido metafórico, cuyo fondo literal no está definido. Si resultase que los números existen, entonces, al decir que el número de *As* es igual al número de *Bs*, estaríamos hablando literalmente; si no, lo que estaríamos diciendo es que hay la misma cantidad de *As* que de *Bs* (Yablo, 1998: 258); es así que la práctica matemática acomoda tanto a matemáticos platonistas como nominalistas. Yablo denomina esta metáfora como una metáfora *paciente*, “which hovers unperturbed above competing

interpretations, as though waiting to be told where its advantage really lies” (Yablo, 1998: 254).

Si Yablo tiene razón, es decir, si las metáforas mencionadas están presentes en el discurso científico, entonces un enunciado puede ser aceptable (por ser verdadero dentro de cierta ficción que opera en la práctica) sin ser literalmente verdadero.

Así, que ‘ $2 + 2 = 4$ ’ sea un enunciado indispensable para la ciencia no implicaría que el número 2, el 4 y la función suma deban necesariamente de existir. Así Yablo piensa haber refutado el platonismo quineano. La presencia de estas metáforas muestra al CCO como incapaz de determinar qué es lo que nuestras mejores teorías, consideradas en el contexto de sus respectivas prácticas, dicen que hay.

YABLO VS. FIELD

La diferencia entre Yablo y Field es clara. Si bien ambos consideran que hay ficciones presentes en el discurso matemático y científico, Field piensa que éstas son mentiras eliminables y Yablo las considera metáforas esenciales. Ahora bien, si Yablo está de acuerdo con la presencia de estas ficciones, cabe preguntarse, ¿qué es lo que no acepta de la nominalización propuesta por Field?

La respuesta corta es: Yablo no comparte el naturalismo espacio-temporal de Field; y dice no querer tener nada que ver con las “fuertes premisas” que determinan qué tipo de entidad puede existir (2001: 87), lo cual revela que el naturalismo que sostiene es más parecido al defendido por Quine, esto es, uno cuya tesis central es el no admitir la primacía de principios filosóficos sobre la ciencia.

La respuesta larga es más reveladora, pero en el fondo se apoya en la respuesta corta. Yablo (2005) reconoce a Field como precursor de su figuralismo, sin embargo, afirma que éste se queda a la mitad del camino, pues se concentra en refutar la indispensabilidad de los objetos matemáticos abstractos y deja a un lado la tarea de explicar su aplicabilidad. Esto es, Field explica, recurriendo al concepto de extensiones conservativas de una teoría, la manera en cómo los objetos matemáticos abstractos *podrían* ser útiles para realizar inferencias entre entidades concretas,

pero no explica cómo es que *de hecho* son útiles en la ciencia platonista actual (Yablo, 2005: 93).

Si uno sostiene un naturalismo como el de Field y piensa por tanto que las teorías nominalistas son superiores a las platonistas, la explicación de Field es suficiente. Ella refuta el argumento de indispensabilidad, apoya su tesis nominalista y sugiere la necesidad de una revisión de las teorías matemáticas (o al menos de su interpretación verdadera). Sin embargo, para Yablo, la explicación de la posible aplicabilidad de los objetos abstractos no es muy satisfactoria. Él está más interesado en lograr una interpretación importante del discurso matemático actual —discurso que es platonista por naturaleza— y la propuesta de revisión de Field no le ayuda. De allí que el ficcionalismo de Field sea clasificado como revisionista (o revolucionario) y el de Yablo como hermenéutico (o lingüístico).

Al igual que en el caso de Quine y Field, detrás de la disputa entre Yablo y Field parece encontrarse la defensa de un tipo diferente de naturalismo. Field defiende un naturalismo espacio-temporal y Yablo, al igual que Quine, uno pragmático. Al comparar a Field con Yablo, éste último aparece sorprendentemente similar a Quine. Ambos discrepan de Field por defender un naturalismo pragmático y la indispensabilidad de la cual habla Quine no parece ser tan distinta a la esencialidad de las metáforas señaladas por Yablo. ¿Será que hay menos distancia entre Yablo y Quine de la que a primera vista se percibe?

YABLO VS. QUINE

Los defensores de Quine tienen respuesta a las objeciones planteadas por Yablo. Para ellos hablar de ficciones esenciales —permanentes— en el discurso científico es sencillamente absurdo. Su argumento es el siguiente: 1) el naturalismo defendido tanto por Quine como por Yablo sostiene que tenemos conocimiento, y que el caso paradigmático de éste es el científico, esto es, si bien la ciencia es falible, partimos de la premisa de que buena parte de ella es verdadera; 2) si una determinada expresión es esencial —o indispensable— para expresar este conocimiento

verdadero, entonces no tiene sentido alguno decir que es ficticia; conclusión: si las metáforas de las cuales habla Yablo están de hecho presentes en el discurso científico (y Quine admite que lo están), una de dos cosas deberá necesariamente suceder, o bien ellas desaparecerán con el tiempo y nuestra ontología se refinará al mismo tiempo que lo hace la ciencia (tal y como debe ser), o bien terminaremos por *matarlas*, esto es, por modificar nuestro lenguaje de manera que la expresión en cuestión adquiera un carácter literal (como alguna vez hicimos con las *patas* de las mesas). En palabras del mismo Quine:

[Metaphor] flourishes in playful prose and high poetic art, but it is vital also at the growing edges of science and philosophy [...] Consider light waves. There being no ether, there is no substance for them to be waves of. Talk of light waves is thus best understood as metaphorical, so long as “wave” is understood in the time-honored way. Or we may liberalize “wave” and kill the metaphor. (Quine, 1978: 159)

Ir descubriendo la realidad no es, según Quine, la única tarea de la ciencia. Ésta también se encarga de ir refinando nuestro lenguaje de manera que sea capaz de expresar dicha realidad:

Metaphor, or something like it, governs both the growth of language and our acquisition of it. What comes as a subsequent refinement is rather cognitive discourse itself, at its most dryly literal. The neatly worked inner stretches of science are an open space in the tropical jungle, created by clearing tropes away. (Quine, 1978: 160)

Es un hecho indiscutible que a menudo el lenguaje sufre un proceso de *literalización*; las patas de las mesas son un claro ejemplo de ello. Y si bien éste no es siempre el caso, el que una expresión sea indispensable para expresar cierto discurso con pretensiones de verdad, la convierte en candidata perfecta para seguir este proceso (éste podría incluso ser considerado como el criterio mismo de literalidad). Simplemente expresada, la tesis que parece guiar a Quine y sus defensores es la siguiente:

[W]here there is truth and falsity, there must be truth-conditions or propositional content. Assuming that the language contains a sufficiently rich literal vocabulary, any such metaphorically expressed propositional content should therefore “in principle” be literally expressible. For, despite its metaphorical *means* of expression, *what* the metaphor expresses should be the same kind of language-independent or language-neutral propositional content that is expressed literally. (Stern, 2001: 190-191. Énfasis en el original)

Según esta tesis, hay un vínculo indisoluble entre el discurso con condiciones de verdad y el lenguaje literal, y el error de Yablo es no atender debidamente esta liga.

Yablo conoce y considera estas respuestas, y aun así sostiene que hay metáforas permanentes en el discurso científico; metáforas que ni se eliminarán ni *morirán*, pues están allí para marcar una indeterminación en dicho discurso. Antes hablé de una doble indeterminación por la cual Yablo postula la presencia de estas metáforas. Retomemos estas indeterminaciones y analicémoslas a la luz de las respuestas quineanas.

La primera responde al hecho de que, según Yablo, no podemos saber si cierta expresión contenida en una teoría científica se encuentra expresada en sentido literal o figurado y, por tanto, no podemos estar seguros de conocer su contenido literal. Por ejemplo, en el caso de las aserciones existenciales matemáticas, no sabemos si se está hablando literalmente de la existencia de estos objetos, o si es una metáfora que apunta hacia algo más en el mundo. La pregunta a responder ahora es, ¿cómo es que esta indeterminación le resulta absurda a los defensores de Quine y aceptable a Yablo?

Yablo encuentra aceptable la indeterminación porque, aun concordando con Quine en que tenemos conocimiento y éste se encuentra en la ciencia, difiere con él en lo siguiente: mientras Quine conserva una concepción *proposicional* de la ciencia e identifica este conocimiento con las *teorías* científicas, Yablo, en mi opinión, lo identifica con *acciones* inscritas en las *prácticas* científicas. Yablo piensa que parte del conocimiento científico no se ve reflejado en los enunciados de sus teorías, de manera que un análisis enfocado exclusivamente en ellas no podrá lograr determinar los compromisos ontológicos de dicho conocimiento. Además, para él, las prácticas no son siempre definitivas en este respec-

to, particularmente cuando el hecho en cuestión parece ser irrelevante por completo para sus miembros (como lo es el hecho de que los números existan o no para matemáticos que, crean lo que crean al respecto, seguirán afirmando que hay números primos). Así estas ficciones pueden perdurar. Al distinguir entre la práctica y la teoría, no hay necesidad ni de eliminar las metáforas ni de *matarlas*. Hay espacio para conservarlas en las teorías y para tener una cierta *actitud* hacia ellas, la actitud permanente de que son (o quizá sean) simples ficciones y sirven para cierto propósito. Las teorías científicas son, según esta perspectiva, instrumentos generados y utilizados en las prácticas científicas, pero no constituyen la totalidad del conocimiento científico.

Anteriormente denominé al naturalismo de Yablo, al igual que al de Quine, como *pragmático*. Quisiera ahora renombrarlo como un *naturalismo practicista*, para reflejar su insistencia en que parte del conocimiento científico se encuentra en las prácticas científicas que no se ven—ni habrán de verse— reflejadas en sus respectivas teorías. Creo que es este *excedente práctico* no reflejado en las teorías el que conduce a Yablo a la metáfora como recurso para interpretar el discurso matemático y científico. Ésta tiene la capacidad de reflejar la indeterminación⁷ que resulta de analizar un lenguaje al cual le hace falta cierta información (recordemos la metáfora *paciente* con la que Yablo explica las aserciones matemáticas existenciales).

Si examinamos la tesis que vincula las condiciones de verdad con la literalidad, encontramos la afirmación: “el contenido proposicional debería, ‘en principio’ ser expresable de manera literal”. Al parecer Yablo está diciendo con esta supuesta indeterminación que, si bien en principio cualquier expresión es *literalizable* o *eliminable*, hay casos en los que no podemos saber cuál de las dos es la que debería ocurrir; casos en los

⁷ Podría argumentarse que, así como el discurso con condiciones de verdad claras está vinculado con el lenguaje literal, el lenguaje figurado resulta apropiado para expresar hechos que van más allá de las simples representaciones, una especie de conocimiento encarnado. Paul Ricoeur hace notar que el término mismo sugiere algo así: “The very expression ‘figure of speech’ implies that in metaphor, as in the other tropes or turns, discourse assumes the nature of a body by displaying forms and traits which usually characterize the human face, man’s ‘figure’” (1978: 144).

cuales no es claro si los miembros de la práctica están o no comprometidos con la verdad literal de dichas expresiones. Debido a que esta indeterminación se debe a nuestra incapacidad de *conocer* el contenido literal de estas expresiones, la llamaré la *indeterminación epistémica*. Con ella, Yablo no niega un contenido literal en el discurso científico, tan sólo afirma que no lo podemos conocer.

Ahora, si bien considero que esta indeterminación epistémica propuesta por Yablo es plausible, explica de dónde surge su posición figuralista, y motiva su recuento semántico del discurso matemático, no me parece claro que baste para establecer una tesis ontológica irrealista. Las teorías científicas quizá no contengan la información necesaria para determinar si los objetos matemáticos abstractos existen o no, y sus practicantes quizá no tengan ningún interés en plasmar su conocimiento práctico en el papel, pero como filósofos este es precisamente nuestro trabajo: analizar las prácticas científicas para determinar cuál es la interpretación verdadera de sus teorías; justamente es esto lo que Quine y Field están haciendo al debatir la indispensabilidad de sus términos.⁸

Yablo hasta ahora ha descrito, con lo que he denominado el *excedente práctico*, una incapacidad epistémica, por parte de los filósofos, para fundamentar sus tesis ontológicas. Sin embargo, en el marco de una epistemología naturalizada, exigir dichos fundamentos es incurrir en una petición de principio. Más que una indeterminación, es una subdeterminación de los compromisos ontológicos implícitos en el *conocimiento* (no en el discurso) por las teorías científicas. Pero la subdeterminación es un hecho inevitable y ampliamente aceptado en el proceder de la ciencia, de modo que la metodología ontológica de Quine cumple a la perfección con los estándares impuestos por la ciencia misma.

El naturalismo de Quine sostiene que la ciencia y la filosofía forman un continuo que busca y es capaz de explicar el mundo en el cual vivimos. Sin embargo, esta empresa es un proceso cuyos resultados son fallibles. Ella nunca estará terminada y nunca logrará una representación

⁸ Al discutir la indispensabilidad de los términos matemáticos en la ciencia, Quine y Field están indirectamente poniendo atención a las prácticas, esto es, al hecho de si éstas pueden o no seguir adelante sin cuantificar sobre objetos matemáticos.

segura del mundo, o un lenguaje perfecto para expresarla. Pero el filósofo naturalista no tiene otra opción más que tomar por bueno lo que ella afirma y corregir cuando ella corrija. Si alguna vez resulta que la referencia a objetos matemáticos abstractos es eliminada del discurso científico (o de lo que consideramos es su interpretación verdadera), entonces rechazaremos su existencia, pero, de acuerdo con Quine y con cualquier filósofo naturalista, no antes.

Yablo necesita para establecer su tesis ontológica —si bien dice estar interesado en la semántica y no en la ontología,⁹ su figuralismo es expuesto por él como una respuesta y refutación del platonismo de Quine— una verdadera indeterminación (no sólo subdeterminación) en el discurso científico. Esto lleva a la segunda indeterminación propuesta por Yablo, donde afirma que detrás de estas metáforas no *hay* un contenido literal. Esta no es una indeterminación epistémica, sino *metafísica*, de manera que la conclusión que, de aceptarla, deduciríamos de ella, no es que no podamos *saber* si los objetos matemáticos existen o no, sino que no *hay* en el mundo un hecho acerca de si los objetos matemáticos existen o no.

Esta es una tesis con implicaciones importantes y es necesario justificarla. A primera vista, parece plausible pensar que para cualquier pregunta acerca de la existencia de un objeto *x* cualquiera, la respuesta sea un definitivo *sí* o *no*. En sus publicaciones acerca del tema, Yablo no aborda esta cuestión. Si mi análisis es correcto, él comete el error de enfocarse excesivamente en la indeterminación epistémica de la cual hablé antes, y de omitir una justificación y una exploración de las consecuencias de la indeterminación metafísica. En la sección siguiente intentaré remediar esta omisión, argumentando que la posición de Yablo se entiende mejor, no en el contexto de Quine, sino en el de otro naturalista pragmatista, el de William James.

⁹ Si Yablo realmente no estuviera interesado en la ontología, quizá su figuralismo podría coexistir con el platonismo de Quine. Éste último como tesis ontológica, y el primero como recuento de la manera en la que el lenguaje de las teorías surge y evoluciona.

YABLO + JAMES

Quine hereda buena parte de su filosofía de los pragmatistas clásicos —Charles S. Peirce, William James y John Dewey,¹⁰ entre otros—. Coincide con ellos en su empirismo, naturalismo y, sobre todo, al aceptar la máxima pragmática de identificar lo verdadero con lo útil. Sin embargo, mientras que Quine es un pragmatista *monista*,¹¹ los pragmatistas clásicos, en particular James, son fervientes *pluralistas*. El pluralismo es la tesis donde se afirma que el universo tiene una naturaleza fundamentalmente plural, que la realidad no está definida por completo y que por el contrario está esperando nuestra aportación para *completarse* a sí misma:

Reality, we naturally think, stands ready-made and complete, and our intellects supervene with the one simple duty of describing it as it is already. But [...] in our cognitive as well as in our active life we are creative. We *add*, both to the subject and to the predicate part of reality. The world stands really malleable waiting to receive its final touches at our hands [...] Man *engenders* truth upon it. (James, 1967: 456. Énfasis en el original)

Hay una consecuencia de esta perspectiva que es importante señalar aquí, pues, siguiendo a James, tendremos que diferentes maneras de interactuar con el mundo tendrán como resultado la generación de diferentes realidades.¹² El argumento de indispensabilidad, en cambio, funciona solamente desde la asunción de una realidad definida, esto es, una visión monista del universo. Este argumento es, en su núcleo, un argumento a la mejor explicación: la existencia de los objetos matemáticos abstractos es, según Quine, la mejor explicación (o única razonable) de

¹⁰ Peirce, James y Dewey son considerados como los padres del pragmatismo, sin embargo, sus filosofías no son completamente uniformes. A continuación hablaré solo de William James, pero es posible que algunas de las ideas expuestas no sean compartidas por Peirce y Dewey.

¹¹ En seguida argumentaré que debe serlo para sostener su argumento de indispensabilidad.

¹² La lógica y las matemáticas no escapan a esta contribución humana. En palabras de James: “Mathematics and logic themselves are fermenting with human rearrangements” (1967: 455).

que éstos resulten tan útiles en la ciencia. Él infiere algo acerca de la Realidad (con mayúscula) a partir de nuestra actividad científica;¹³ inferencia apoyada en la asunción de que esta Realidad está previamente constituida con una naturaleza que es independiente de nuestra actividad.

Para los pragmatistas pluralistas, en cambio, la actividad científica contribuye a la constitución misma de la realidad, por ello la inferencia realizada por Quine es inválida. En términos del caso particular que me ocupa, de acuerdo con una visión pluralista, la utilidad que la postulación de la existencia de los números reporta, no debería, de ninguna manera, sugerir que el mundo es tal que, no postularla nos condenaría a una ignorancia eterna de la Realidad. Esto es, la naturaleza del mundo podría ser tal que en éste, tanto una ciencia platonista como una nominalista pudieran ser capaces de generar una realidad en la cual los objetos postulados por cada una se volvieran indispensables para lograr una interacción satisfactoria con el mundo. El optar por una de ellas no implica que le hayamos conferido un grado mayor de realidad respecto de la otra. La ciencia nominalista propuesta por Field quizá nos haya parecido inferior en algún sentido a la ciencia platonista, pero esto no implica, según la perspectiva pluralista, que la realidad engendrada por la última sea en algún sentido *más real* que la engendrada por la primera.¹⁴

Volviendo al figuralismo de Yablo, quiero sugerir en esta sección que, para ser inmune a las respuestas quineanas expuestas en la sección anterior, y más aún, para motivar su afirmación acerca de la presencia de metáforas en el discurso científico, se debe rechazar el marco monista

¹³ Es importante señalar que, si bien el CCO de Quine es un instrumento para determinar los compromisos ontológicos *de una teoría*, Quine no está afirmando que los objetos matemáticos abstractos existan de acuerdo con las teorías científicas, sino que existen *absolutamente*. Es este paso, de los compromisos de las teorías a la afirmación acerca de la realidad, el que requiere del argumento a la mejor explicación.

¹⁴ Quizá se podría argumentar que dentro de una visión pragmatista, la única realidad es la que, por resultarnos más práctica, hemos engendrado con nuestra actividad. Pero creo que ésta sería una manera inapropiada de entender a los pragmatistas, quienes una y otra vez reiteran su preferencia por una visión pluralista del universo.

quineano y adoptar un marco pluralista jamesiano.¹⁵ La segunda indeterminación propuesta por Yablo en el discurso científico —la metafísica— consiste, como dije antes, en señalar que existen metáforas sin un contenido literal definido esenciales para la ciencia, esto es, para hacer una descripción verdadera de la realidad. Esto parece absurdo desde un punto de vista quineano en el que la realidad tiene una naturaleza definida, sin embargo, desde un punto de vista jamesiano, esto no sólo parece plausible, sino prácticamente necesario. La metáfora, por su contenido (discutiblemente) indefinido, aparece como el instrumento idóneo para describir porciones de una realidad que no está definida por completo.

Así, inserta en el marco jamesiano, la imagen que la perspectiva figuralista (por brevedad, en adelante la llamaré Yablo + James) plantea para comprender adecuadamente la relación entre práctica y discurso matemáticos —imagen desde la cual debemos interpretar dicho discurso— es la siguiente: nuestras prácticas, en particular la matemática, engendran cierta realidad definida, la cual es descrita sin dificultades con lenguaje literal. Sin embargo, ciertas características de la realidad son inconsecuentes para estas prácticas (la existencia o no existencia de los objetos matemáticos parece ser una de ellas), por lo que permanecen indeterminadas. A pesar de ello, es necesario, por razones pragmáticas, hacer referencia a estas partes indeterminadas de la realidad y para ello utilizamos términos (como *existe*) sin consideración alguna por lo que una interpretación literal de ellos implicaría. Sin embargo, dada esta indeterminación, la manera adecuada de interpretar estos términos es recurriendo a la metáfora —justamente porque en ella hay también una indefinición de contenido.

Es preciso resaltar el carácter metafísico de esta indeterminación, hecho que la hace manifiestamente distinta de la subdeterminación epistémica resultado de no conocer el contenido de una afirmación. La subdeterminación es un fenómeno que la ciencia ha asimilado sin problema alguno apelando al concepto de *convergencia*. La idea es que, si

¹⁵ Por supuesto, es perfectamente posible que Yablo no quiera asumir una posición tal y las implicaciones que conlleva. La tesis pluralista es ampliamente rechazada por el establecimiento filosófico actual. Hasta donde yo sé, Yablo no menciona a James o a ningún otro pragmatista clásico en sus escritos.

bien reconocemos que no tenemos evidencia suficiente para determinar por completo la verdad acerca de la realidad, nuestras teorías científicas se encuentran en una trayectoria que, conforme la evidencia se incrementa, convergerá hacia la verdadera naturaleza de la Realidad.

Desde el punto de vista pluralista, sin embargo, la indeterminación de la realidad no es un asunto de evidencia insuficiente (epistémico), sino de la concepción misma de la realidad (metafísico): “The alternative [...] in the shape in which we now have it before us, is no longer a question in the theory of knowledge, it concerns the structure of the universe itself”¹⁶ (James, 1967: 457). Y de los límites que esta concepción impone sobre la naturaleza de la *verdad* acerca de ella:

The Truth: what a perfect idol of the rationalistic mind! [...] Truth grafts itself on previous truth, modifying it in the process, just as idiom grafts itself on previous idiom, and law on previous law [...] *All the while, however, we pretend that the eternal is unrolling*, that the one previous justice, grammar or truth are simply fulgurating and not being made [...] These things make themselves as we go [...] Far from being antecedent principles that animate the process, law, language, truth are but abstract names for its results. (James, 1967: 450. Énfasis mio)

Así, desde la perspectiva pluralista no parece haber razones para postular dicha convergencia, pues lejos de estar *desenrollando una realidad eterna*, la ciencia está contribuyendo a la constitución de una realidad cambiante. Esto desarticula la respuesta quineana.

Ahora bien, podría parecer, a primera vista, que el pluralismo jamesiano es una posición relativista en la cual, tanto la ontología como el resto de la filosofía pierden mucho de su sentido. Sin embargo, esto no es así. Si bien este pluralismo no es una posición bien recibida dentro del establecimiento filosófico actual, tampoco es un relativismo, en el sentido de que James no piensa que cualquier actividad engendre una nueva

¹⁶ A la luz de esta cita puede observarse que dentro del marco jamesiano, las dos indeterminaciones planteadas por Yablo, la epistémica y la metafísica, no son, en el fondo, más que una sola. Esto es resultado de que James no hace una distinción estricta entre el nivel epistémico y el semántico.

realidad. El mundo juega un papel, se resiste, y según James lo real es precisamente lo que se nos resiste. James es constructivista en este sentido y tanto él como Yablo piensan que hay objetos en el mundo cuya existencia está bien determinada. Las mesas y las sillas forman parte de nuestra ontología, puesto que sin referirnos a ellas nuestra interacción con el mundo se torna complicada; el mundo se resiste en este sentido. Si la existencia de los objetos matemáticos queda indeterminada según Yablo + James, esto se debe a que el mundo no parece oponer resistencia cuando se trata de ella. Evidencia de esto es que las prácticas matemáticas y científicas acomodan tanto a platonistas como a nominalistas.

Si mis interpretaciones de Yablo y James son correctas, considero haber mostrado una gran congenialidad entre sus posturas. Además, inmerso en una concepción pluralista de la realidad, el figuralismo de Yablo claramente es capaz de resistir a las respuestas quineanas. La segunda indeterminación propuesta por Yablo, la indeterminación metafísica, es una consecuencia inmediata del pluralismo jamesiano, y Yablo + James sí logra establecer una tesis irrealista respecto de los objetos matemáticos. No quiero decir con esto que Yablo esté en lo correcto y Quine equivocado, simplemente que, mientras que la postura de Quine es consistente con una concepción monista de la realidad, la de Yablo lo es con una pluralista.

CONCLUSIONES: NATURALISMO, FICCIÓN Y OBJETOS MATEMÁTICOS

El objetivo de este artículo no era determinar cuál de las posiciones expuestas en él es la correcta, sino identificar qué tipo de naturalismo subyace a cada una de ellas, y observar cómo sus respectivas maneras de concebir lo real y lo ficticio determinan la posición que sus defensores sostienen respecto al estatus ontológico de los objetos matemáticos. Si mis interpretaciones son correctas, creo haber mostrado que el platonismo de Quine responde a, y es consistente con un naturalismo *pragmático*; el ficcionalismo de Field con un naturalismo *espacio-temporal*; y el figuralismo de Yablo con un naturalismo que he denominado *practicista*.

Considero que éste último es más fuerte si es enmarcado en un pragmatismo *pluralista*.

El naturalismo pragmático de Quine toma por real a toda entidad sobre la cual sea indispensable cuantificar en nuestras mejores teorías científicas. Pues, según él, es indispensable que estas teorías cuantifiquen sobre objetos matemáticos, éstos existen. Dentro de este marco, lo ficticio es cualquier cosa sobre la cual no sea indispensable cuantificar para hacer una descripción verdadera de la realidad. Es importante notar que el CCO de Quine asume que un análisis de las teorías (consideradas como un conjunto de enunciados) basta para determinar los compromisos ontológicos del conocimiento asumido por su naturalismo, es decir, que el conocimiento científico son las teorías mismas.

Para el naturalismo espacio-temporal de Field, sin embargo, nada que no sea concreto puede ser real, por ello los objetos matemáticos abstractos no pueden, por principio, existir. Su programa de nominalización no es más que una comprobación de este supuesto. Field coincide con Quine en que lo real es todo aquello sobre lo cual es indispensable que nuestras teorías científicas cuantifiquen, sin embargo, afirma que los objetos matemáticos no se encuentran entre estos objetos.

En cuanto a Yablo, su naturalismo es similar al de Quine, pero difiere al considerar que el conocimiento científico se encuentra en las prácticas científicas y no propiamente en las teorías. *Real* para Yablo es todo lo que es indispensable que exista para que podamos tener conocimiento de la realidad, pero qué es lo real y qué lo ficticio no puede determinarse analizando exclusivamente las teorías científicas. Es necesario poner atención a la manera en cómo los practicantes se relacionan con dichas teorías. Así, según Yablo, el CCO no basta para determinar si los objetos matemáticos existen o no. Es esta indeterminación la que motiva a Yablo a interpretar las aseveraciones matemáticas existenciales como metáforas.

La perspectiva Yablo + James también está apoyada en un naturalismo y, como tal, también afirma que tenemos conocimiento, el cual se encuentra en las prácticas. La diferencia radica en cuál considera que es el objeto de este conocimiento. De acuerdo con las filosofías monistas, el objeto del conocimiento es una realidad definida cuya constitución lo antecede. Las filosofías pluralistas, en cambio, consideran que el conocimiento

contribuye a la constitución misma de la realidad. Así, nuestras prácticas contribuyen a la constitución misma de lo real. Pero, puesto que estas prácticas sólo determinan los aspectos de la realidad que tienen consecuencias prácticas sobre ellas, algunos de estos aspectos quedan metafísicamente indeterminados. Entre ellos, la existencia de los objetos matemáticos.

Por último, quisiera mencionar que, si mis conclusiones son correctas, esto es, si todas las posiciones expuestas son consistentes con sus respectivos supuestos naturalistas, lo que procedería para continuar con la discusión sería analizar cuál de los diferentes tipos de naturalismo está mejor motivado. En lo personal, mis inclinaciones pluralistas (que sospecho el lector ya habrá deducido) me hacen preferir la posición que denominé Yablo + James. Sin embargo, es preciso mencionar que también encuentro puntos atractivos en los otros tipos de naturalismo, de manera que me gustaría sugerir la aventurada tesis (a ser defendida en otra ocasión) de que, a pesar de llegar a conclusiones inconsistentes entre sí, cada una de las posiciones expuestas aporta algo significativo a nuestra comprensión de la práctica matemática, y que, en lugar de sentirnos obligados a elegir una, podríamos (apelando de nuevo a una actitud pluralista) considerarlas como tesis condicionales (con el tipo de naturalismo presupuesto como antecedente y la posición resultante como consecuente), y extraer de cada una de ellas lecciones valiosas que, por su carácter condicional, no resultarían contradictorias.

BIBLIOGRAFÍA

- Asse Dayán, Jacobo (2008), *El ficcionalismo hermenéutico en la filosofía de las matemáticas*, tesis de maestría, México, México, Facultad de Ciencias-Universidad Nacional Autónoma de México.
- Colyvan, Mark (2001), *The Indispensability of Mathematics*, Nueva York, Estados Unidos, Oxford University Press.
- Field, Hartry (1980), *Science Without Numbers*, Nueva Jersey, Estados Unidos, Princeton University Press.
- James, William (1967 [c. 1907]), "Pragmatism", en *The Writings of William James. A Comprehensive Edition*, Chicago, Estados Unidos, The University of Chicago Press, pp. 376-472.
- Kalderon, Mark Eli (2005), *Fictionalism in Metaphysics*, Nueva York, Estados Unidos, Oxford University Press.

- Quine, Willard Van Orman (1978), "A postscript on metaphor", en Sheldon Sacks (ed.), *On Metaphor*, Chicago, Estados Unidos, University of Chicago Press, pp. 159-160.
- Quine, Willard Van Orman (1955), "Posits and reality", en *The Ways of Paradox and Other Essays*, Cambridge/Londres, Estados Unidos/Reino Unido, Harvard University Press, pp. 246-254.
- Quine, Willard Van Orman (1951), "Two dogmas of empiricism", en *From a Logical Point of View*, Cambridge/Londres, Estados Unidos/Reino Unido, Harvard University Press, pp. 20-46.
- Quine, Willard Van Orman (1939), "A logistical approach to the ontological problem", en *The Ways of Paradox and Other Essays*, Cambridge/Londres, Estados Unidos/Reino Unido, Harvard University Press, pp. 197-202.
- Ricoeur, Paul (1978), "The metaphorical process as cognition, imagination, and feeling", *Critical Inquiry*, vol. 5, núm. 1, pp. 143-159.
- Stern, Josef (2001), "Knowledge by metaphor", en Peter A. French y Howard K. Wettstein (eds.), *Midwest Studies in Philosophy*, vol. xxv. *Figurative Language*, Massachusetts, Estados Unidos Blackwell Publishers, pp. 187-226.
- Walton, Kendall (2000), "Existence as metaphor?", en Antony Everett y Thomas Hofweber (eds.), *Empty Names, Fiction and the Puzzles of Non-Existence*, Stanford, Estados Unidos, CSLI Publications, 69-94.
- Yablo, Stephen (2005), "The myth of the seven", en Mark Eli Kalderon (ed.), *Fictionalism in Metaphysics*, Nueva York, Estados Unidos, Oxford University Press, pp. 88-115.
- Yablo, Stephen (2001), "Go figure: A path through fictionalism", *Midwest Studies in Philosophy*, vol. 25, núm. 1, pp. 72-102.
- Yablo, Stephen (2000), "A priority and existence", en Paul Boghossian y Christopher Peacocke (eds.), *New Essays on the A priori*, Nueva York, Estados Unidos, Oxford University Press, pp. 197-228.
- Yablo, Stephen (1998), "Does ontology rest on a mistake?", *Proceedings of the Aristotelian Society*, suplementos, vol. 72, pp. 229-283.

Jacobo Asse Dayán: Licenciado en Matemáticas Aplicadas por el Instituto Tecnológico Autónomo de México (ITAM). Maestro en Filosofía de la Ciencia por la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México y estudiante de doctorado en Filosofía de la Ciencia en la misma universidad. Integrante del proyecto del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) "Los Problemas del conocimiento y la comprensión en Matemáticas".

D. R. © Jacobo Asse Dayán, México D.F., enero-junio, 2011.