Signos Filosóficos, vol. XXV, no. 50, July-December, 2023, 120-154

On a tableaux method for a synthetic term logic

J.-MARTÍN CASTRO-MANZANO
ORCID.ORG/0000-0003-2227-921X
Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla
Facultad de Filosofía
josemartin.castro@upaep.mx

Abstract: *Combining logics is usually done with respect to Fregean-Tarskian-Kripkean systems, but since logic does not need to be restricted to this received view of logic, in this work we reproduce a synthetic logic of terms* à la *Sommers together with a tableaux proof method, and we show some of its metatheoretical properties. In particular, we show that the logics we synthetize can be properly combined and that the synthetic tableaux method preserves the properties of the tableaux methods of each basic logic.*

Keywords: term logic; analytic tableaux; combination of logics; metalogic

Reception: 08/11/2022 Acceptance: 08/09/2023

Signos Filosóficos, vol. XXV, núm. 50, julio-diciembre, 2023, 120-154

Sobre un método arborescente para una lógica sintética de términos

J.-MARTÍN CASTRO-MANZANO
ORCID.ORG/0000-0003-2227-921X
Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla
Facultad de Filosofía
josemartin.castro@upaep.mx

Resumen: La combinación de lógicas se suele llevar a cabo entre sistemas fregeanos-tarskianos-kripkeanos, pero como la lógica no necesita estar restringida a esta visión heredada, en este trabajo reproducimos una lógica sintética de términos al estilo de Sommers, junto con un método de prueba arborescente y mostramos algunas de sus propiedades metateóricas. En particular, mostramos que las lógicas que sintetizamos se pueden combinar adecuadamente y que el método arborescente sintético preserva las propiedades de los métodos arborescentes de cada lógica de base.

Palabras clave: lógica de términos; árboles analíticos; combinación de lógicas; metalógica

Recepción: 11/08/2022 Aceptación: 09/08/2023

1. Introducción

Combinar lógicas es una práctica habitual y, sin embargo, es un ejercicio que sigue siendo necesario. Es un hábito en el sentido de que usamos lógicas combinadas prácticamente todo el tiempo, pero también es un imperativo porque es un requisito para resolver problemas (Blackburn y de Rijke, 1997). Sin embargo, la combinación de lógicas se realiza típicamente entre sistemas fregeanos-tarskianos-kripkeanos (Goguen y Burstall, 1984; Gabbay, 1998; Sernadas, Sernadas, Rasga y Coniglio, 2009; Sernadas, Sernadas y Rasga, 2011), pero dado que la lógica no necesita estar restringida a esta visión heredada (Sommers, 1982; Englebretsen, 1996; Kreeft y Dougherty, 2004; Moss, 2015; Woods, 2016; Englebretsen, 2017), en otro lugar hemos combinado algunas lógicas dentro del paradigma terminista para producir una lógica de términos sintética (Castro-Manzano, 2022a; 2022b). Siguiendo con dicho proyecto, esbozamos brevemente en qué consiste esta lógica sintética, junto con un método de prueba arborescente —por mor de autocontención—, y nuestra principal contribución consiste en mostrar algunas de sus propiedades metateóricas. En particular, mostramos que las lógicas sintetizadas se pueden combinar adecuadamente y que su método arborescente sintético preserva las propiedades de los métodos arborescentes de cada lógica de base.

2. Una lógica sintética y sus propiedades

Sin embargo, antes de exponer la lógica sintética de nuestro interés y sus propiedades es necesario introducir las lógicas a ser sintetizadas. En este caso hemos considerado cuatro lógicas que capturan distintos aspectos del razonamiento en lenguaje natural: la lógica de términos asertórica modela la aserción (Sommers, 1982; Englebretsen, 1996); la lógica de términos numérica representa numeracidad (Murphree, 1998); la lógica de términos modal nos permite manejar modalidad (Englebretsen, 1988); y la lógica de términos relevante integra una noción de relevancia causal (Castro-Manzano, 2022c).

2.1. La lógica de términos asertórica

La silogística asertórica captura una noción básica de aserción usando enunciados categóricos. Un enunciado categórico tiene la forma <*Cantidad S*

Cualidad P> donde *Cantidad* = {Todo (toda), Algún (alguna)}, *Cualidad* = {es, no es}, y *S* y *P* son términos-esquema.[1] Desde el punto de vista de la Lógica de Términos y Funtores (en adelante TFL$^{\alpha}$) de Sommers (1982) y Englebretsen (1996), decimos que:

Definición 1. (Enunciado categórico en TFL$^{\alpha}$) *Un enunciado categórico en* TFL$^{\alpha}$ *es un enunciado de la forma* ±S±P *donde ± son funtores, y* S *y* P *son términos-esquema*.

Dada esta definición, podemos modelar los enunciados categóricos como sigue, donde el término P representa *persona* y el término I representa *inteligente*:

- Universal afirmativo: Toda persona es inteligente: = −P+I
- Universal negativo: Toda persona no es inteligente: = −P−I
- Particular afirmativo: Alguna persona es inteligente: = +P+I
- Particular negativo: Alguna persona no es inteligente: = +P−I

Dado este lenguaje (digamos, $L_{\mathrm{TFL}}^{\alpha} = <T, \pm>$, donde T = {A, B, C, . . .} es un conjunto de términos, y ± es una abreviatura de los funtores + y −), TFL$^{\alpha}$ ofrece una noción de validez como sigue:

Definición 2. (Silogismo válido en TFL$^{\alpha}$) *Un silogismo es válido* (*en* TFL$^{\alpha}$)

sii:

1. *la suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión, y*
2. *el número de conclusiones particulares (*viz.*, cero o uno) es igual al número de premisas particulares.* (Englebretsen, 1996: 167)

El lenguaje y la noción de validez definen la lógica de términos asertórica TFL$^{\alpha}$ como sigue:

[1] Los términos son los elementos de un enunciado, a saber, predicado y sujeto, como sugirió Aristóteles (*Pr. An.* A1, 24b16-17); mientras que los funtores son expresiones lógicas. Para Englebretsen (1996), un término puede estar formado por el uso de una sola palabra o un complejo de ellas. En español, por ejemplo, *inteligente* y *persona* son términos, así como *enseñó a Platón* o *en el ágora*. En la escolástica, los términos se conocían como *categoremata*; mientras los funtores eran *sincategoremata*, es decir, expresiones usadas para obtener términos complejos: *y*, *o*, *solo si*, *si ... entonces*, *todo*, *algún*, *no* y *es*.

Definición 3. (TFL^{α}) $\mathrm{TFL}^{\alpha} = <L_{\mathrm{TFL}}{}^{\alpha}, (1, 2)>$, *donde "*(1, 2)*" representa las reglas 1 y 2 de* TFL^{α}.

Con esta lógica se pueden modelar inferencias asertóricas, como la del Cuadro 1, donde se observa que la suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión, es decir, -P+I-F+P = -F+I, por la condición *1)*, pero no +I-F, por la condición *2)*, como sigue:

	Enunciado	TFL^{α}
1.	Toda persona es inteligente.	-P+I
2.	Tod_ filósof_ es persona.	-F+P
⊢	Tod_ filósof_ es inteligente.	-F+I

Cuadro 1. Una inferencia asertórica válida

O bien como la del Cuadro 2, donde se tiene -P+I+F+P = +F+I, por las condiciones *1)* y *2)*, como sigue:

	Enunciado	TFL^{α}
1.	Toda persona es inteligente.	-P+I
2.	Algún_ filósof_ es persona.	+F+P
⊢	Algún_ filósof_ es inteligente.	+F+I

Cuadro 2. Otra inferencia asertórica válida

Con esta breve exposición, alguien podría pensar que la noción de validez para esta lógica está restringida o limitada a inferencias monádicas o silogísticas, pero esa sería una conclusión apresurada, ya que podemos extender dicha noción de validez ampliando las reglas de inferencia (Englebretsen, 1996) o implementando métodos de prueba arborescentes (Castro-Manzano, 2018) aquí seguiremos el segundo camino.

Así, un árbol es un grafo conexo acíclico determinado por nodos y vértices; informalmente, es un conjunto de segmentos de línea recta conectados en sus extremos y que no contienen bucles cerrados o ciclos. El nodo en la parte superior es la raíz del árbol; en la parte inferior, son las puntas cualquier camino desde la raíz hacia una punta es una rama. Para probar la validez de una inferencia construimos un árbol que comienza con una sola rama en cuyos nodos ocurren las premisas y el rechazo de la conclusión, esta es la lista inicial, a la cual luego le aplicamos las reglas de expansión para extenderla (Figura 1).

$$\begin{array}{c} -\mathsf{A} \pm \mathsf{B} \\ \widehat{-\mathsf{A}^i \quad \pm\mathsf{B}^i} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} +\mathsf{A} \pm \mathsf{B} \\ | \\ +\mathsf{A}^i \\ | \\ \pm\mathsf{B}^i \end{array}$$

(a) (b)

Figura 1. Reglas de expansión de TFL$^{\alpha}$

Estas reglas se comportan de la siguiente manera: después de aplicar una regla introducimos un índice $i \in \{1, 2, 3, \ldots\}$. Para los enunciados universales, cuyo término inicial tiene un signo "–", el índice puede ser cualquier número natural (Figura 1a); para los enunciados cuyo término inicial tiene un signo "+" (es decir, para los enunciados particulares), el índice tiene que ser un nuevo número natural si aún no tienen un índice (Figura 1b). Adicionalmente, siguiendo los principios generales de TFL, asumimos las siguientes reglas de rechazo: $-(\pm T) = \mp T$, $-(\pm T \pm T) = \mp T \mp T$, y $-(--T--T) = +(-T)+(-T)$.

Para esta lógica, un árbol es completo si y sólo si se han aplicado todas las reglas posibles; una rama es cerrada si y sólo si hay términos de la forma $\pm T^i$ y $\mp T^i$ en dos de sus nodos; de lo contrario, es abierta. Una rama cerrada se indica escribiendo $\perp$ al final de la misma; una rama abierta se indica escribiendo ∞. Un árbol es cerrado si y sólo si todas sus ramas son cerradas; de lo contrario, es abierto. Entonces, también como de costumbre, decimos que un término $\pm T$ es consecuencia lógica del conjunto de términos Γ (i.e. $\Gamma \vdash \pm T$) si y sólo si hay un árbol completo y cerrado cuya lista inicial incluye los términos de Γ y el rechazo de $\pm T$ (i.e. $\Gamma \cup \{\mp T\} \vdash \perp$).

Con estas definiciones es relativamente fácil probar que:

Proposición 1. (Completud para TFL$^{\alpha}$). *Una inferencia es válida en* TFL$^{\alpha}$ *sii su árbol correspondiente es completo y cerrado* (Castro-Manzano, 2018).

A modo de ejemplo, consideremos la Figura 2 para la inferencia del Cuadro 1.

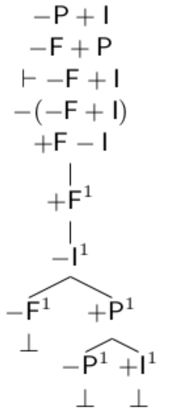


Figura 2. Una inferencia asertórica válida

El ejemplo de la Figura 2 permite describir el proceso que seguimos para desplegar estos árboles. Las primeras tres líneas son las premisas y la conclusión; la cuarta, rechaza la conclusión: éstas, excepto la conclusión, definen la lista inicial. La quinta línea es el resultado de aplicar una regla de rechazo a la conclusión (-(-F+I) = +F-I). Luego, las siguientes dos resultan de aplicar la regla de expansión a un enunciado particular (*i. e.* +F-I) a la quinta línea, seleccionando el superíndice 1. Después, la primera división resulta de aplicar la regla de expansión para un enunciado universal a la segunda premisa (*i. e.* -F+P), también eligiendo el índice 1, ya que queremos que los índices se unifiquen. Esta división produce dos ramas, una (la izquierda) incluye los términos $+F^1$ y $-F^1$ en dos de sus nodos y, por lo tanto, está cerrada; la rama restante no, por lo que continuamos con el mismo proceso. Dividimos la última premisa disponible (la primera, -P+I) para obtener, nuevamente, un par de ramas, la izquierda incluye los términos $+P^1$ y $-P^1$ en dos de sus nodos, por lo tanto, está cerrada; y la derecha contiene los términos $-I^1$ y $+I^1$ en dos de sus nodos, por lo cual también está cerrada.

2.2. LA LÓGICA DE TÉRMINOS NUMÉRICA

La lógica de términos numérica de Murphree (TFL^{ν}) captura numeracidad mediante el uso de cuantificadores numéricos (Murphree, 1998). En esta lógica, un enunciado numérico tiene la forma <*Cantidad n S Cualidad P*> donde *Cantidad* = {Todo (toda), Todo (todas) excepto, A lo sumo, Al menos, …, Algún (alguna)}, $n \in R^+$, *Cualidad* = {es, no es}, y *S* y *P* son términos-esquema. Formalmente, dado que TFL^{ν} es una extensión conservativa de TFL^{α}, decimos que:

Definición 4. (Enunciado numérico en TFL^{ν}) *Un enunciado numérico en* TFL^{ν} *es un enunciado de la forma* $\pm_n S \pm_\varepsilon P$ *donde* $\pm$ *son funtores,* $n, \varepsilon \in R^+$*, y* S *y* P *son términos-esquema*.

Con estos elementos podemos representar los enunciados categóricos como sigue:

- Toda persona es inteligente ≡ A lo sumo 0 personas no son inteligentes ≡ Todas excepto 0 personas son inteligentes: $= -_0P+_\varepsilon I$
- Toda persona no es inteligente ≡ A lo sumo 0 personas son inteligentes ≡ Todas excepto 0 personas no son inteligentes: $= -_0P-_\varepsilon I$
- Alguna persona es inteligente ≡ Más de 0 personas son inteligentes ≡ Al menos 1 persona es inteligente: $= +_1P+_\varepsilon I$
- Alguna persona no es inteligente ≡ Más de 0 personas no son inteligentes ≡ Al menos 1 persona no es inteligente: $= +_1P-_\varepsilon I$

Y para $n > 0$:

- A lo sumo *n* personas no son inteligentes ≡ Todas excepto *n* personas son inteligentes: $= -_nP+_\varepsilon I$
- A lo sumo *n* personas son inteligentes ≡ Todas excepto *n* personas no son inteligentes: $= -_nP-_\varepsilon I$
- Más de *n* personas son inteligentes ≡ Al menos *n* personas son inteligentes: $= +_nP+_\varepsilon I$

- Más de *n* personas no son inteligentes ≡ Al menos *n* personas no son inteligentes: = $+_{n}P-_{\varepsilon}I$

En consecuencia, dado este lenguaje ($L_{\mathrm{TFL}}^{\mathrm{v}} = \langle T, \pm, \mathrm{R}^{+}\rangle$), $\mathrm{TFL}^{\mathrm{v}}$ ofrece la siguiente noción de validez:

Definición 5. (Silogismo válido en $\mathrm{TFL}^{\mathrm{v}}$) *Un silogismo es válido (en* $\mathrm{TFL}^{\mathrm{v}}$*) sii:*

1. *la suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión,*
2. *el número de conclusiones particulares* (viz.*, cero o uno) es igual al número de premisas particulares, y*
3. *o bien (a) el valor de la conclusión universal es igual a la suma de los valores de las premisas universales, o (b) el valor de la conclusión particular es igual a la diferencia de la premisa universal menos la particular.*[2]

Como con la lógica anterior, estos componentes definen la lógica de términos numérica:

Definición 6. ($\mathrm{TFL}^{\mathrm{v}}$) $\mathrm{TFL}^{\mathrm{v}} = \langle L_{\mathrm{TFL}}^{\mathrm{v}}, (1, 2, 3)\rangle$.

Siguiendo el mismo patrón de exposición, consideremos la inferencia numérica del Cuadro 2 a modo de ejemplo.

	Enunciado	$\mathrm{TFL}^{\mathrm{v}}$
1.	Todas excepto 11 personas son inteligentes.	$-_{11}P+_{\varepsilon}I$
2.	Al menos 30 filósof_s son personas.	$+_{30}F+_{\varepsilon}P$
$\vdash$	Al menos 19 filósof_s son inteligentes.	$+_{19}F+_{\varepsilon}I$

Cuadro 2. Una inferencia numérica válida

[2] Esta última condición es diferente de la lógica de términos numérica de Lorne Szabolcsi (en Szabolcsi y Englebretsen, 2008), la cual requiere que el valor de las premisas sea igual o mayor al de la conclusión.

Para esta lógica también hay un método de prueba arborescente (Castro-Manzano, 2020a). Las reglas funcionan exactamente como en el caso de TFL^{α}, pero después de aplicar una regla creamos un vector υ para rastrear el valor numérico n de cada enunciado (Figura 3). En particular, la Figura 3c es una regla para ordenar términos atómicos con un "+" adjunto.

$$\begin{array}{c} -_{\mathsf{n}}\mathsf{A} \pm_{\varepsilon} \mathsf{B} \\ \swarrow \quad \searrow \\ -_{\mathsf{n}}\mathsf{A}^{i} \quad \pm_{\varepsilon}\mathsf{B}^{i} \\ v = \mathsf{n} \end{array} \qquad \begin{array}{c} +_{\mathsf{n}}\mathsf{A} \pm_{\varepsilon} \mathsf{B} \\ | \\ +_{\mathsf{n}}\mathsf{A}^{i} \\ | \\ \pm_{\varepsilon}\mathsf{B}^{i} \\ v = \mathsf{n} \end{array} \qquad \begin{array}{c} +_{\mathsf{n}}\mathsf{A} \\ | \\ +_{\mathsf{k} \leq \mathsf{n}}\mathsf{A} \end{array}$$

(a) (b) (c)

Figura 3. Reglas de expansión de TFL^{v}

Así, para esta lógica decimos que un árbol es completo si y sólo si se han aplicado todas las reglas posibles; una rama es cerrada si y sólo si hay términos de la forma $\pm_{n}T^{i}$ y $\mp_{n}T^{i}$ en dos de sus nodos; de lo contrario, es abierta. Una rama cerrada se indica escribiendo $\perp$ al final de la misma; la abierta, con el signo ∞. Un árbol es cerrado si y sólo si todas sus ramas son cerradas; de lo contrario, es abierto. Así, como con el sistema anterior, un término $\pm T$ es consecuencia lógica del conjunto de términos Γ si y sólo si hay un árbol completo y cerrado cuya lista inicial incluye los términos de Γ, el rechazo de $\pm T$ y $\upsilon = 0$. Luego, como con el sistema anterior, con estas definiciones se puede probar que:

Proposición 2. (Completud para TFL^{v}). *Una inferencia es válida en* TFL^{v} *sii su árbol correspondiente es completo y cerrado y* $\upsilon = 0$ *(Castro-Manzano, 2020).*

Consideremos, como ejemplo, la Figura 4 para la inferencia del Cuadro 2.

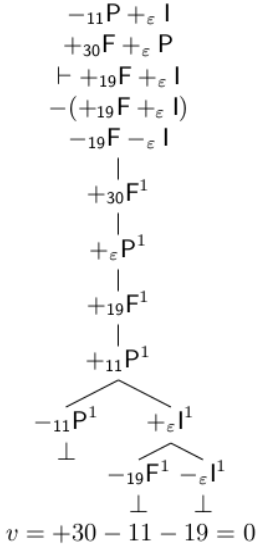


Figura 4. Una inferencia numérica válida

En este árbol, como es de esperarse, las primeras tres líneas son las premisas y la conclusión, y la cuarta es el rechazo de la conclusión: todas, excepto la conclusión, definen la lista inicial. La quinta línea es el resultado de aplicar una regla de rechazo a la conclusión ($-(+_{19}F+_{\varepsilon}I) = -_{19}F-_{\varepsilon}I$). Luego, el siguiente par es el resultado de aplicar la regla de expansión a un enunciado particular a la segunda línea (*i. e.* $+_{30}F+_{\varepsilon}P$), seleccionando el índice 1 y creando el vector $\upsilon = +30$. La octava línea resulta de aplicar la regla para ordenar términos atómicos con un "+" adjunto a la sexta, es este caso tomando n=19≤30 porque queremos que, en algún momento, $+_{19}F$ entre en conflicto con $-_{19}F$. Posteriormente, la novena línea es el resultado de aplicar la misma regla con n=11<ε porque pretendemos que, más adelante, $+_{11}P$ entre en conflicto con $-_{11}P$. Después, la primera división resulta de aplicar la regla de expansión para un enunciado universal a la primera premisa (i.e. $-_{11}P+_{\varepsilon}I$), también eligiendo el índice 1, pues buscamos que los índices se unifiquen, y al aplicar la regla, añadimos -11 al vector υ. Esta división produce dos ramas, la izquierda incluye los términos $+_{11}P^1$ y $-_{11}P^1$ en dos de sus nodos y, por lo tanto, está cerrada; la restante aún no está cerrada, por lo que continuamos con el mismo proceso: dividimos la última premisa disponible (la quinta línea, $-_{19}F-_{\varepsilon}I$) para obtener, nuevamente, un par de ramas, una de las cuales (la izquierda) incluye los términos $-_{19}F^1$ y $+_{19}F^1$ en dos de sus nodos (sin olvidar sumar el valor n = -19 al vector υ), y por lo tanto está cerrada; la derecha contiene los términos $-_{\varepsilon}I^1$ y $+_{\varepsilon}I^1$ en dos de sus nodos, por lo cual también está cerrada. Luego, todas las ramas están cerradas y υ = +30 – 11 - 19 = 0.

2.3. LA LÓGICA DE TÉRMINOS MODAL

La lógica de términos modal de Englebretsen (TFL^{μ}) captura modalidad extendiendo TFL^{α} con los operadores modales □ y ◊ (Englebretsen, 1988). Entonces, dado un término T, TFL^{μ} permite las siguientes combinaciones: +□+T (*i. e.* □+T), +□−T (*i. e.* □−T), −□+T (*i. e.* −□T), −□−T y, como es usual, el operador ◊ se define como −□−. Así, podemos decir que un enunciado modal *de dicto* tiene la forma <*Modalidad (Cantidad S Cualidad P)*>; y un enunciado modal *de re* tiene la forma <*Cantidad S Calidad Modalidad P*> donde *Modalidad* = {□, ◊}, *Cantidad* = {Todo (toda), Algún (alguna)}, *Cualidad* = {es, no es}, y *S* y *P* son términos-esquema. Así, formalmente:

Definición 7. (Enunciado modal en TFL^{μ}) *Un enunciado modal en* TFL^{μ} *es un enunciado de la forma* μ(±S±P) | ±S±P | ±S±μP *donde* ± *son funtores,* μ *es un operador modal, y* S *y* P *son términos-esquema*.

Así, los enunciados *de re*, *de dicto* y combinados se pueden expresar como sigue:

- Toda persona es (no es) necesariamente inteligente: = -P±□I
- Toda persona es (no es) posiblemente inteligente: = -P±◊I
- Alguna persona es (no es) necesariamente inteligente: = +P±□I
- Alguna persona es (no es) posiblemente inteligente: = -P±◊I
- Necesariamente toda persona es (no es) inteligente: = □(-P±I)
- Posiblemente toda persona es (no es) inteligente: = ◊(-P±I)
- Necesariamente alguna persona es (no es) inteligente: = □(+P±I)
- Posiblemente alguna persona es (no es) inteligente: = ◊(+P±I)
- Necesariamente toda (alguna) persona es (no es) necesariamente inteligente: = □(±P±□I)
- Necesariamente toda (alguna) persona es (no es) posiblemente inteligente: = □(±P±◊I)

- Posiblemente toda (alguna) persona es (no es) necesariamente inteligente: $= \Diamond(\pm P \pm \Box I)$
- Posiblemente toda (alguna) persona es (no es) posiblemente inteligente: $= \Diamond(\pm P \pm \Diamond I)$

Dado este lenguaje ($L_{TFL}^{\mu} = \langle T, \pm, M\rangle$, donde $M = \{\Box, \Diamond\}$), tenemos la siguiente noción de validez:

Definición 8. (Silogismo válido en TFL$^{\mu}$) *Un silogismo es válido (en* TFL$^{\mu}$*) sii:*

1) la suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión,
*2) el número de conclusiones particulares (*viz.*, cero o uno) es igual al número de premisas particulares,*
*4) la conclusión no es más fuerte que cualquier premisa (*peiorem*),*[3] *y*
5) el número de premisas de dicto-$\Diamond$ *no es mayor que el de conclusiones* de dicto-$\Diamond$.

La lógica resultante es la lógica de términos modal:

Definición 9. (TFL$^{\mu}$) TFL$^{\mu} = \langle L_{TFL}^{\mu}, (1, 2, 4, 5)\rangle$.

Y con ella podemos modelar inferencias como la del Cuadro 3.

Enunciado		TFL$^{\mu}$
1.	Toda persona es necesariamente inteligente.	$-P+\Box I$
2.	Tod_ filósof_ es persona.	$-F+P$
$\vdash$	Tod_ filósof_ es necesariamente inteligente.	$-F+\Box I$

Cuadro 3. Una inferencia modal válida

[3] Según Englebretsen (1988), existe una transitividad o "fuerza" de los operadores modales de tal manera que $\Box T$ implica $T\Box$, $T\Box$ implica T, T implica $\Diamond T$, y $\Diamond T$ implica $T\Diamond$. Así pues, un primer término (o enunciado) es más fuerte que un segundo término (o enunciado) si y sólo si el primero implica al segundo, pero no al revés. La intuición es que una condición necesaria para la validez de cualquier silogismo es que la conclusión no puede exceder en fuerza a ninguna premisa. La escolástica llamaba a esta regla *peiorem* por *peiorem semper sequiter conclusio partem*.

La Figura 5 muestra las reglas arborescentes para esta lógica (Castro-Manzano, 2020b). Para las reglas de las Figuras 5a y 5b, después de aplicar una regla introducimos un superíndice $i \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ y dejamos el subíndice fijo como está. Para los enunciados cuyo término inicial tiene un signo "-", el superíndice puede ser cualquier número natural; para los enunciados cuyo término inicial tiene un signo "+", el superíndice debe ser un nuevo número natural si aún no tiene un índice, como en TFL$^{\alpha}$. Para las reglas de las Figuras 5c y 5d, después de aplicar una regla introducimos un subíndice $K \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ y dejamos el superíndice fijo como está. Para los enunciados cuyo operador inicial es □, el subíndice puede ser cualquier número natural; para los enunciados cuyo término inicial es ◊, el subíndice tiene que ser un nuevo número natural si aún no tiene un índice, como en TFL$^{\alpha}$.

$$\begin{array}{c} -\mathsf{A} \pm \mathsf{B}_N \\ \diagup \quad \diagdown \\ -\mathsf{A}^i_N \quad \pm\mathsf{B}^i_N \end{array} \qquad \begin{array}{c} +\mathsf{A} \pm \mathsf{B}_N \\ | \\ +\mathsf{A}^i_N \\ | \\ \pm\mathsf{B}^i_N \end{array} \qquad \begin{array}{c} \Box\mathsf{A}^i_N \\ | \\ \mathsf{A}^i_K \end{array} \qquad \begin{array}{c} \Diamond\mathsf{A}^i_N \\ | \\ \mathsf{A}^i_K \end{array}$$

(a) (b) (c) (d)

Figura 5. Reglas de expansión de TFL$^{\mu}$

Para esta lógica un árbol es completo si y sólo si se han aplicado todas las reglas posibles; una rama es cerrada si y sólo si hay términos de la forma $\pm T^i_N$ y $\mp T^i_N$ en dos de sus nodos; de lo contrario, es abierta. Una rama cerrada se indica escribiendo $\perp$ al final de la misma; una abierta, con ∞. Un árbol es cerrado si y sólo si todas sus ramas son cerradas; de lo contrario, es abierto. La noción de consecuencia es típica: un término $\pm T$ es consecuencia lógica del conjunto de términos Γ si y sólo si hay un árbol completo y cerrado cuya lista inicial incluye los términos de Γ y el rechazo de $\pm T$. Así, siguiendo nuestro patrón de exposición, también podemos probar que:

Proposición 3. (Completud para TFL$^{\mu}$). *Una inferencia es válida en* TFL$^{\mu}$ *sii su árbol correspondiente es completo y cerrado (Castro-Manzano, 2020b).*

Finalmente, consideremos la Figura 6 para la inferencia del Cuadro 3.

$$\begin{array}{c} -P+\Box I_0 \\ -F+P_0 \\ \vdash -F+\Box I_0 \\ -(-F+\Box I)_0 \\ +F-\Box I_0 \\ | \\ +F^1_0 \\ | \\ -\Box I^1_0 \\ \begin{array}{cc} -F^1_0 & +P^1_0 \\ \bot & \begin{array}{cc} -P^1_0 & +\Box I^1_0 \\ \bot & \bot \end{array} \end{array} \end{array}$$

Figura 6. Una inferencia modal válida

En este árbol las primeras tres líneas son las premisas y la conclusión, y la cuarta es el rechazo de la conclusión: todas, excepto la conclusión, definen la lista inicial. La quinta línea es el resultado de aplicar una regla de rechazo a la conclusión ($-(-F+\Box I) = +F-\Box I$). Después, el siguiente par de líneas es el resultado de aplicar la regla de expansión a un enunciado particular a la quinta (*i. e.* $+F-\Box I$), seleccionando el superíndice 1. Luego, la primera división resulta de aplicar la regla de expansión para un enunciado universal a la segunda premisa (*i. e.* $-F+P$), también eligiendo el índice 1, pues intentamos que los índices se unifiquen. Esta división produce dos ramas, la izquierda incluye los términos $+F^1_0$ y $-F^1_0$ en dos de sus nodos, por lo cual está cerrada; la restante, aún no, por lo que continuamos con el mismo proceso: dividimos la última premisa disponible (la primera línea, $-P+\Box I$) para obtener, nuevamente, dos ramas, la de la izquierda incluye los términos $+P^1_0$ y $-P^1_0$ en dos de sus nodos, por lo cual está cerrada; la derecha contiene los términos $-\Box I^1_0$ y $+\Box I^1_0$ en dos de sus nodos, estando también cerrada.

2.4. La lógica de términos relevante

La lógica de términos relevante (TFL^{ρ}) es una extensión de TFL^{α} que captura una noción de relevancia siguiendo algunas ideas del sentido aristotélico de relevancia causal (Castro-Manzano 2022c). Esta lógica, por su impronta

tradicional, representa fragmentos de discurso complejo (en tanto incluyen al menos dos premisas y una conclusión) con modo y figura (porque el orden de los enunciados y términos importa) donde una conclusión distinta de las premisas (evitando así la *petitio principii*) necesariamente (y por tanto deductivamente) se sigue y depende de ellas (evitando así la irrelevancia, *non causa ut causa*).
Asumiendo estas consideraciones, en esta lógica un enunciado relevante tiene la forma <*Cantidad S Cualidad P Bandera*> donde *Cantidad* = {Todo (toda), Algún (alguna)}, *Cualidad* = {es, no es}, *S* y *P* son términos-esquema, y *Bandera* = {p_i, *c*} para $i \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ es un conjunto de banderas (de premisa o conclusión). Formalmente, quedaría:

Definición 10. (Enunciado relevante en TFL$^\rho$) *Un enunciado relevante en* TFL$^\rho$ *es un enunciado de la forma* $\pm S \pm P_f$ *donde* ± *son funtores,* S *y* P *son términos-esquema y f es una bandera.*

Con este lenguaje ($L_{TFL}{}^\rho = \langle T, \pm, B \rangle$, donde *B* es un conjunto de banderas), TFL$^\rho$ ofrece una noción de validez de la siguiente manera:

Definición 11. (Silogismo válido en TFL$^\rho$) *Un silogismo es válido (en* TFL$^\rho$*) sii:*
1) la suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión,
*2) el número de conclusiones particulares (*viz.*, cero o uno) es igual al número de premisas particulares, y*
6) todas las banderas de las premisas se reclaman para llegar a la conclusión mientras que las banderas de la conclusión son diferentes a las banderas de las premisas.

El resultado es la lógica de términos relevante:

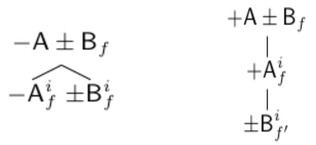
Definición 12. (TFL$^\rho$) TFL$^\rho$ = $<L_{TFL}{}^{\rho}$, (1, 2, 6)>.

Con ella se pueden modelar inferencias como las del Cuadro 4.[4]

	Enunciado	TFL$^\mu$
1.	Toda persona es necesariamente inteligente.	$-P+I_{p1}$
2.	Tod_ filósof_ es persona.	$-F+P_{p2}$
$\vdash$	Tod_ filósof_ es necesariamente inteligente.	$-F+I_{c}$

Cuadro 4. Una inferencia relevante válida

Las reglas de expansión de TFL$^\rho$ se comportan como las reglas de TFL$^\alpha$ (Figura 7), pero además de los índices, introducimos y mantenemos una bandera $f, f' \in \{p_i, c\}$ (p_i para premisa con $i \in \{1, 2, 3, \ldots\}$, c para conclusión) (Castro-Manzano, 2022c).



(a) (b)

Figura 7. Reglas de expansión de TFL$^\rho$

[4] En este punto alguien podría preguntarse, y con razón, cuál es la distinción entre la inferencia del Cuadro 1 y la del Cuadro 4, porque son las mismas. La respuesta es precisamente esa: son las mismas; pero eso es una virtud de los ejemplos (porque ambos son silogismos genuinos *ex professo*), y no un vicio de la lógica o la exposición. Para ilustrar este punto consideremos, por mor de comparación, una inferencia irrelevante, pero que preserva verdad, a saber, una *petitio*. Ésta no es un silogismo (porque tiene una sola premisa) y sin embargo cumple con las condiciones *1)* y *2)* de TFL$^\alpha$, es decir, es válido en TFL$^\alpha$, pero, de seguro, no puede ser causalmente relevante, pues la premisa es igual a la conclusión. Ahora bien, como la relevancia aristotélica requiere que premisas y conclusiones sean disjuntas (*Tópicos* 100a25-26, *Elencos Sofistas* 165a1-2, *Pr. An.* 24b19-20, *Pos. An.* 1, III, 72b25-32), el uso de banderas permite determinar que incluso si *petitio* preserva verdad, no cumple la condición *6)* de relevancia causal, pues las banderas de la conclusión no son diferentes a las de las premisas. Para una discusión más completa del tema, véase Castro-Manzano, 2022c.

Para esta lógica, una rama es abierta si y sólo si no hay términos de la forma $\pm T^{i}_{f}$ y $\mp T^{i}_{f}$ en ella; es semiabierta (resp. semicerrada) si y sólo si hay términos de la forma $\pm T^{i}_{f}$ y $\pm T^{i}_{f}$; de lo contrario, es cerrada. Una rama abierta se indica escribiendo ∞ al final de la misma; una semiabierta (resp. semicerrada) se indica escribiendo $\propto_{f,f}$ (resp. ${}_{f,f}\propto$); y una cerrada se denota por $\perp_{f,f'}$. Dadas estas definiciones, en esta lógica un término $\pm T$ es consecuencia del conjunto de términos Γ si y sólo si hay un árbol completo y cerrado cuya lista inicial incluye Γ y el rechazo de $\pm T$, todas las ramas son cerradas y todas las banderas se acarrean en el final de cada punta.[5] Y como es de esperarse, se demuestra que:

Proposición 4. (Completud para TFL^{ρ}). *Una inferencia es relevante (resp. válida) en* TFL^{ρ} *sii su árbol correspondiente es completo y cerrado (resp. semicerrado/semiabierto).*

Como ejemplo, considérese la Figura 8 para la inferencia del Cuadro 4.

[5] En Castro-Manzano 2022a y 2022c hemos explicado cómo las banderas pueden ser usadas para distinguir varios tipos de árboles. Un árbol es aristotélico (o *propter quid*) si y sólo si está completo y cerrado, su lista inicial incluye los términos de Γ, el rechazo de $\pm T$, y todas las banderas se llevan al final de cada punta; es abierto (o *non sequitur*) si y sólo si tiene una rama abierta; y, de lo contrario, es un árbol clásico (o bien *quia*, por sus ramas semiabiertas; o bien *non causa*, por sus ramas semicerradas). Ejemplos de árboles propter quidson los árboles de:

- *Modus ponens*: $\varphi \rightarrow \psi, \varphi \vdash \psi$
- *Suffixing*: $\varphi \rightarrow \psi \vdash (\psi \rightarrow \gamma) \rightarrow (\varphi \rightarrow \gamma)$
- *Prefixing*: $\varphi \rightarrow \gamma \vdash (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \gamma)$

Ejemplos de árboles *quia* o *non causa* incluyen:

- *Ex contradictione quodlibet*: $\varphi \rightarrow (\neg\varphi \rightarrow \psi)$
- *Verum ad*: $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \psi)$
- Debilitamiento: $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi)$

Ejemplos de árboles *non sequitur* son:

- Afirmación del consecuente: $\varphi \rightarrow \psi, \psi \vdash \varphi$
- Negación del antecedente: $\varphi \rightarrow \psi, \neg\varphi \vdash \neg\psi$
- Falacia del medio no distribuido: $\psi \rightarrow \varphi, \gamma \rightarrow \varphi \vdash \psi \rightarrow \gamma$

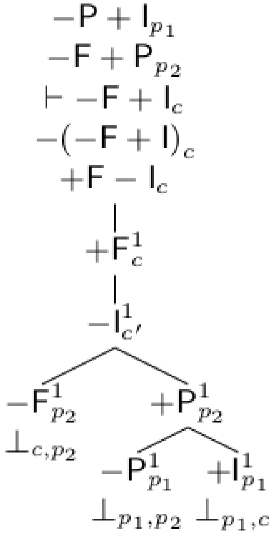


Figura 8. Una inferencia relevante válida

En este árbol, las primeras tres líneas son las premisas y la conclusión, y la cuarta es el rechazo de la conclusión: todas, excepto la conclusión, definen la lista inicial. La quinta línea resulta de aplicar una regla de rechazo a la conclusión (-(-F+I) = +F-I). Luego, el siguiente par de líneas se obtiene de aplicar la regla de expansión a un enunciado particular a la quinta (*i. e.* +F-I), seleccionando el superíndice 1. Después, la primera división resulta de emplear la regla de expansión para un enunciado universal a la segunda premisa (*i. e.* -F+P), también eligiendo el índice 1, para que los índices se unifiquen. Esta división produce dos ramas, la izquierda incluye los términos $+F^1_c$ y $-F^1_{p2}$ en dos de sus nodos y, por lo tanto, está cerrada; la restante, aún no, por lo que continuamos con el mismo proceso: dividimos la última premisa disponible (la primera línea, -P+I) para obtener, nuevamente, un par de ramas, a la izquierda incluye los términos $+P^1_{p2}$ y $-P^1_{p1}$ en dos de sus nodos, por lo tanto está cerrada; la derecha contiene los términos $+I^1_{p1}$ y $-I^1_{c'}$ en dos de sus nodos y, por lo tanto, también está cerrada. Como todas las ramas son cerradas y todas las banderas han sido acarreadas en cada punta, el árbol es cerrado.

2.5. UNA LÓGICA DE TÉRMINOS SINTÉTICA

Dada la estructura de cada una de estas lógicas, podemos combinarlas por adición (*joint-combination*) y sustracción (*meet-combination*) de elementos lingüísticos y reglas de tal forma que obtenemos los siguientes sistemas: TFL$^{\alpha}$, TFL$^{\alpha\nu}$ = TFL$^{\nu}$, TFL$^{\alpha\mu}$ = TFL$^{\mu}$, TFL$^{\alpha\rho}$ = TFL$^{\rho}$, TFL$^{\alpha\nu\mu}$ = TFL$^{\nu\mu}$, TFL$^{\alpha\nu\rho}$ = TFL$^{\nu\rho}$, TFL$^{\alpha\mu\rho}$ = TFL$^{\mu\rho}$ y, finalmente, TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$ = TFL$^{\nu\mu\rho}$. En consecuencia, este modelo induce un retículo completo de lógicas de términos tal que TFL$^{\alpha}$ es la inferior y TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$ es la superior (Castro-Manzano, 2022a; 2022b).

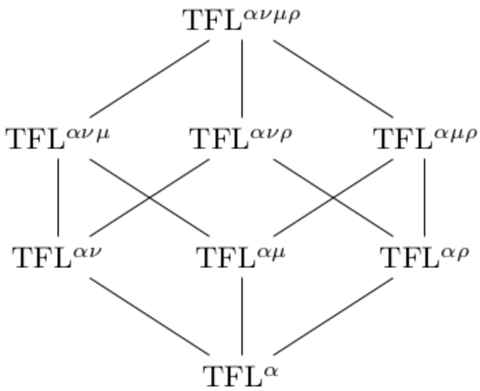


Figura 9. Una jerarquía de lógicas de términos (Castro-Manzano, 2022a; 2022b).

Así, se establece un orden de tal manera que <TFLs, ⊆> es una jerarquía de lógicas de términos *à la* Sommers donde TFLs = {TFL$^{\alpha}$, TFL$^{\alpha\nu=\nu}$, TFL$^{\alpha\mu=\mu}$, TFL$^{\alpha\rho=\rho}$, TFL$^{\alpha\nu\mu=\nu\mu}$, TFL$^{\alpha\nu\rho=\nu\rho}$, TFL$^{\alpha\mu\rho=\mu\rho}$, TFL$^{\alpha\nu\mu\rho=\nu\mu\rho}$}. Luego, se puede decir que:

Proposición 5. (Jerarquía) *Para las lógicas de términos L_i, L_j, L_k se cumplen las siguientes propiedades (Castro-Manzano, 2022a):*

- *Asociación de lógicas:* $L_i \cup (L_j \cup L_k) = (L_i \cup L_j) \cup L_k$, *y* $L_i \cap (L_j \cap L_k) = (L_i \cap L_j) \cap L_k$.
- *Conmutación de lógicas:* $L_i \cup L_j = L_j \cup L_i$, *y* $L_i \cap L_j = L_j \cap L_i$.
- *Idempotencia de lógicas:* $L_i \cup L_i = L_i$, *y* $L_i \cap L_i = L_i$.
- *Absorción de lógicas:* $L_i \cup (L_i \cap L_j) = L_i$, *y* $L_i \cap (L_i \cup L_j) = L_i$.
- *Distribución de lógicas:* $L_i \cup (L_j \cap L_k) = (L_i \cup L_j) \cap (L_i \cup L_k)$, *y*

$L_i \cap (L_j \cup L_k) = (L_i \cap L_j) \cup (L_i \cap L_k)$.
- *Extrema:* $\cap_{i=1}^{8} L_i$ = TFL$^{\alpha}$, *y* $\cup_{i=1}^{8} L_i$ = TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$.
- *Lógicas complementarias:* $L_i \cup L_i$ = TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$, *y* $L_i \cap L_i$ = TFL$^{\alpha}$.

Adicionalmente, siguiendo esta misma línea argumentativa, se observa que:

Proposición 6. (Filtros) *Los siguientes conjuntos son filtros de la jerarquía de lógicas de términos:*
- {TFL$^{\nu}$, TFL$^{\nu\mu}$, TFL$^{\nu\rho}$, TFL$^{\nu\mu\rho}$} *es el (ultra)filtro generado por* TFL$^{\nu}$,
- {TFL$^{\mu}$, TFL$^{\nu\mu}$, TFL$^{\mu\rho}$, TFL$^{\nu\mu\rho}$} *es el (ultra)filtro generado por* TFL$^{\mu}$, *y*
- {TFL$^{\rho}$, TFL$^{\nu\rho}$, TFL$^{\mu\rho}$, TFL$^{\nu\mu\rho}$} *es el (ultra)filtro generado por* TFL$^{\rho}$.

Estos resultados sugieren que estas lógicas se pueden combinar adecuadamente (Proposición 5), por ejemplo, en virtud de lo que se pretenda modelar (Proposición 6). Cuando se necesita una inferencia modal-numérica se puede usar TFL$^{\nu\mu}$; para una inferencia relevante-modal, TFL$^{\mu\rho}$; o para una inferencia relevante-numérica, TFL$^{\nu\rho}$; y así sucesivamente. Pero como nuestro interés se centra en modelar inferencias en la lógica que está en el tope de la jerarquía, centrémonos en la lógica sintética de nuestro interés y digamos, por *joint-combination*, que:

Definición 13. (Enunciado sintético en TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$). *Un enunciado sintético en* TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$ *es un enunciado de la forma* $\mu(\pm_n S \pm_\varepsilon P)_f \mid \pm_n S \pm_\varepsilon P_f \mid \pm_n S \pm \mu_\varepsilon P_f$ *donde* μ *son modalidades,* ± *son funtores,* n, $\varepsilon \in$ R$^+$, *f es una bandera, y* S *y* P *son términos-esquema.*

Por lo tanto, siguiendo el mismo patrón de exposición, se puede decir que:

Definición 14. (Silogismo válido en TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$) *Un silogismo es válido (en* TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$*) sii:*

1) *la suma algebraica de las premisas es igual a la conclusión,*
2) *el número de conclusiones particulares (*viz.*, cero o uno) es igual al número de premisas particulares,*
3) *o bien (a) el valor de la conclusión universal es igual a la suma de los valores de las premisas universales, o (b) el valor de la conclusión particular es igual a la diferencia de la premisa universal menos la particular,*

*4) la conclusión no es más fuerte que cualquier premisa (*peiorem*),*
5) el número de premisas de dicto-◊ *no es mayor que el de conclusiones* de dicto-◊*, y*
6) todas las banderas de las premisas se reclaman para llegar a la conclusión mientras las de la conclusión son diferentes a las de las premisas.

El resultado es una lógica de términos sintética por *joint-combination* que captura aserción, numeracidad, modalidad y relevancia:

Definición 15. ($TFL^{\alpha\nu\mu\rho}$) $TFL^{\alpha\nu\mu\rho} = \langle L_{TFL}{}^{\alpha\nu\mu\rho}, (1, 2, 3, 4, 5, 6)\rangle$ (Castro-Manzano, 2022a; 2022b).

Siguiendo con nuestro patrón expositivo, también se puede hacer una síntesis de las reglas arborescentes (Figura 10).

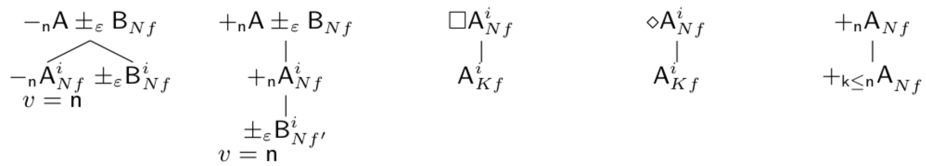


Figura 10. Reglas de expansión de $TFL^{\alpha\nu\mu\rho}$ (Castro-Manzano, 2022a; 2022b)

En consecuencia, para este sistema sintético una rama es abierta si y sólo si no incluye términos de la forma $\pm T^{i}_{Nf}$ y $\mp T^{i}_{Nf}$ en ella; es semiabierta (resp. semicerrada) si y sólo si incluye términos de la forma $\pm T^{i}_{Nf}$ y $\mp T^{i}_{Nf'}$; de lo contrario, es cerrada. Una rama abierta se indica escribiendo ∞ al final de la misma; una semiabierta (resp. semicerrada) se indica escribiendo $\propto_{f,f}$ (resp. ${}_{f,f}\propto$); y por último, una rama cerrada se denota por $\perp_{f,f'}$. Así, en esta lógica, un término ±T es consecuencia lógica del conjunto de términos Γ si y sólo si hay un árbol completo y cerrado, cuya lista inicial incluye los términos de Γ y el rechazo de ±T, υ = 0, todas las ramas son cerradas y todas las banderas se acarrean en el final de cada punta.

Signos Filosóficos, vol. xxv, núm. 50, julio-diciembre, 2023, 120-154, ISSN: 1665-1324

1. $\Box(-_2\mathsf{A} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{B} +_\varepsilon \mathsf{C}))_{0p_1}$

2. $+_5\mathsf{D} + \Box_\varepsilon \mathsf{A}_{0p_2}$

3. $-_0\mathsf{B} +_\varepsilon \mathsf{E}_{0p_3}$

$\vdash \Diamond(+_3\mathsf{D} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} + \Diamond_\varepsilon \mathsf{C}))_{0c}$

4. $- \Diamond(+_3\mathsf{D} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} + \Diamond_\varepsilon \mathsf{C}))_{0c}$

5. $\Box - (+_3\mathsf{D} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} + \Diamond_\varepsilon \mathsf{C}))_{0c}$

6. $+_5\mathsf{D}^1_{0p_2}$

7. $+\Box_\varepsilon \mathsf{A}^1_{0p_{2'}}$

8. $+_3\mathsf{D}^1_{0p_2}$

9. $+_\varepsilon \mathsf{A}^1_{0p_{2'}}$

10. $+_2\mathsf{A}^1_{0p_{2'}}$

11. $-_2\mathsf{A} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{B} +_\varepsilon \mathsf{C})_{0p_1}$

12. $-_2\mathsf{A}^1_{0p_1}$ $\quad +(+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{B} +_\varepsilon \mathsf{C})^1_{0p_1}$

$\perp_{p_1,p_{2'}}$

13. $+_\varepsilon \mathsf{G}^1_{0p_1}$

14. $+_4\mathsf{B}^1_{0p_{1'}}$

15. $+_\varepsilon \mathsf{C}^1_{0p_{1''}}$

16. $+_0\mathsf{B}^1_{0p_{1'}}$

17. $-(+_3\mathsf{D} + (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} + \Diamond_\varepsilon \mathsf{C}))_{0c}$

18. $-_3\mathsf{D} - (+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} + \Diamond_\varepsilon \mathsf{C}))_{0c}$

19. $-_3\mathsf{D}^1_{0c}$ $\quad -(+_\varepsilon \mathsf{G} +_4 \mathsf{E} + \Diamond_\varepsilon \mathsf{C})^1_{0c}$

$\perp_{p_2,c}$ $\quad$ 20. $-_\varepsilon \mathsf{G} - (+_4\mathsf{E} + \Diamond_\varepsilon \mathsf{C})^1_{0c}$

21. $-_\varepsilon \mathsf{G}^1_{0c}$ $\quad -(+_4\mathsf{E} + \Diamond_\varepsilon \mathsf{C})^1_{0c}$

$\perp_{p_1,c}$ $\quad$ 22. $-_4\mathsf{E} - \Diamond_\varepsilon \mathsf{C}^1_{0c}$

23. $-\mathsf{B}^1_{0p_3}$ $\quad +_\varepsilon \mathsf{E}^1_{0p_3}$

$\perp_{p_3,p_{1'}}$

24. $+_4\mathsf{E}^1_{0p_3}$

25. $-_4\mathsf{E}^1_{0c}$ $\quad - \Diamond_\varepsilon \mathsf{C}^1_{0c}$

$\perp_{p_3,c}$ $\quad$ 26. $\Box -_\varepsilon \mathsf{C}^1_{0c}$

27. $-_\varepsilon \mathsf{C}^1_{0c}$

$\perp_{p_{1''},c}$

$$v = 5 - 2 + 4 - 3 - 4 = 0$$

Figura 11. Un silogismo sintético (Castro-Manzano, 2022a; 2022b).

Como ejemplo, consideremos una inferencia con más de dos premisas que incluye aserción (más relaciones binarias), numeracidad (tanto excepcional como no excepcional), modalidad (tanto *de dicto* como *de re*) y relevancia causal: llamémosla silogismo sintético (Cuadro 5, Figura 11).

Enunciado	$TFL^{\alpha\nu\mu\rho}$
1. Necesariamente todos excepto 2 A dan 4 B a algún C.	$\Box(-_2A+(+_\varepsilon G+_4B+_\varepsilon C))_{0p1}$
2. Al menos 5 D son necesariamente A.	$+_5D+\Box_\varepsilon A_{0p2}$
3. Todo B es E.	$-_0B+_\varepsilon E_{0p3}$
∴ Posiblemente 3 D dan 4 E a alguna posible C.	$\Diamond(+_3D+(+_\varepsilon G+_4E+\Diamond_\varepsilon C))_{0c}$

Cuadro 5. Un silogismo sintético (Castro-Manzano, 2022a; 2022b)

Este ejemplo permite apreciar un par de puntos: que podemos automatizar la inferencia mediante un método de prueba arborescente y que podemos representar diferentes aspectos del razonamiento del lenguaje natural usando un sistema terminista uniforme. El acto de habla invariable de aserción queda capturado por el uso de términos y funtores; la numeracidad, por el uso de los numerales (en particular, cuando n = 0 o n = 1, TFL^{ν} colapsa con TFL^{α}); las diferentes formas o modos de aserción quedan representadas por el uso de modalidades (cuando están ausentes TFL^{μ} colapsa con TFL^{α}); y la relevancia queda modelada a través del uso de banderas de premisa o conclusión (similarmente, cuando las banderas están ausentes, TFL^{ρ} colapsa con TFL^{α}).

* * *

Así pues, hasta aquí hemos presentado una lógica de términos sintética junto con un método de prueba arborescente; sin embargo, como hace falta desarrollar algunos resultados metateóricos adicionales y explicitar algunas discusiones, a continuación, nos gustaría continuar por esta vía.

El primer resultado que nos gustaría exponer se relaciona con la naturaleza de los árboles completos y cerrados con $\upsilon = 0$. Informalmente, los árboles de este tipo corresponden a inferencias (modal y numéricamente) válidas y relevantes:

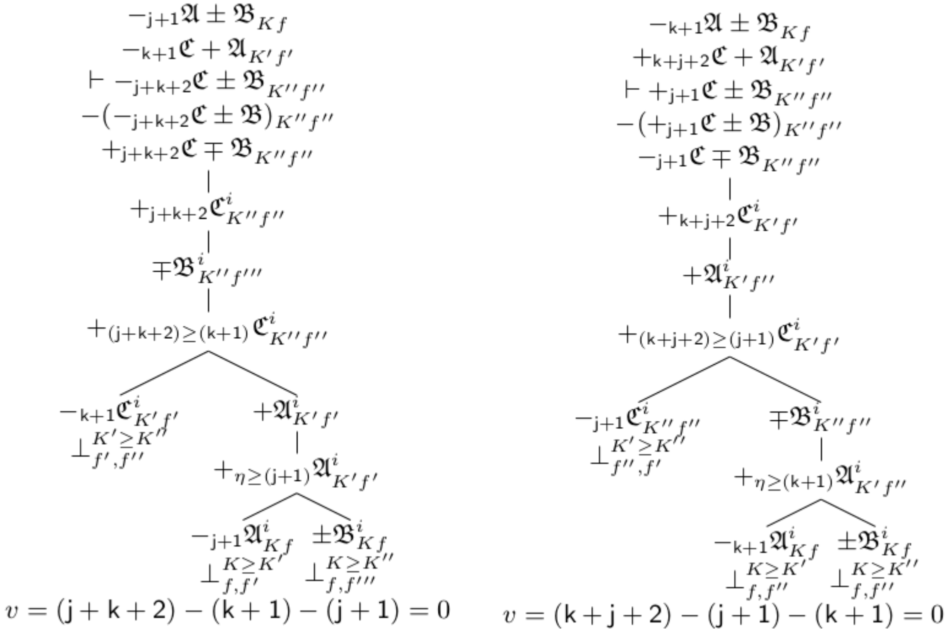
Proposición 7. (Completitud c.r.a relevancia para $TFL^{\alpha\nu\mu\rho}$). *Una inferencia es (modal y numéricamente) válida y relevante en* $TFL^{\alpha\nu\mu\rho}$ *sii existe un árbol*

completo y cerrado para todas las banderas y con υ *= 0 para dicha inferencia.*
Prueba. Primero, de izquierda a derecha, y sin pérdida de generalidad, considérense inferencias arbitrarias básicas que cumplan las reglas de la Definición 14. De acuerdo con tal caracterización, existen dos formas argumentales básicas para metatérminos arbitrarios, pero fijos, A, B, C, números m, n $\in R^+$, modalidades ordenadas $K \geq K' \geq K''\in M$, y banderas distintas $f, f', f'' \in B$ (para estas representaciones no es necesario usar el índice ε) (Cuadro 6).

Primera forma	*Segunda forma*
1. $-_{m}\mathfrak{A}\pm\mathfrak{B}_{Kf}$	1. $-_{m}\mathfrak{A}\pm\mathfrak{B}_{Kf}$
2. $-_{n}\mathfrak{C}+\mathfrak{A}_{K'f'}$	2. $+_{n}\mathfrak{C}+\mathfrak{A}_{K'f'}$
$\therefore -_{m+n}\mathfrak{C}\pm\mathfrak{B}_{K''f''}$	$\therefore +_{n-m}\mathfrak{C}\pm\mathfrak{B}_{K''f''}$

Cuadro 6. Formas argumentales básicas

Entonces tenemos dos alternativas. Para la primera alternativa tomemos la primera forma del Cuadro 6. Ahora, procedemos por inducción sobre el valor numérico de las premisas. Para el caso básico cuando m = n = 0, y $K \geq K' \geq K''$, hay un árbol completo y cerrado para todas las banderas con υ = 0 de manera trivial. Para el caso inductivo, cuando n = k, m = j, $K \geq K' \geq K''$ y hay banderas arbitrarias diferentes, también se obtienen inferencias correctas. Ahora, supóngase que la primera forma básica es válida incluso para n = k + 1 y m = j + 1 con k, j ≥ 0; en tal caso, también se obtiene un árbol completo y cerrado para todas las banderas con υ = 0 como en la Figura 12a. Similarmente, para la segunda alternativa tomemos la segunda forma del Cuadro 6 y nótese que, en el caso básico, si m = 0, n = 1 y $K \geq K' \geq K''$, se obtiene un árbol completo y cerrado para todas las banderas con υ = 0; y para el caso inductivo, considérese la Figura 12b.



(a) Un árbol completo y cerrado con υ = 0 (b) Un árbol completo y cerrado con υ = 0

Figura 12. Árboles de las formas básicas

Ahora, de derecha a izquierda procedemos por *reductio*. Supóngase, un árbol completo y cerrado para todas las banderas con υ = 0, pero cuya inferencia correspondiente no es correcta, esto es, no cumple con las condiciones de la Definición 14. Así, hay un árbol cuya lista inicial incluye un conjunto de términos Γ, el rechazo de la conclusión, υ = 0 y todas las banderas son usadas, pero de Γ no se puede inferir la conclusión prevista siguiendo las reglas o condiciones de la Definición 14. Por lo tanto, hay dos alternativas cuyas conclusiones son, respectivamente, $-_{m+n}C \pm B_{K''f''}$, y $+_{n-m}C \pm B_{K''f'''}$. Ahora bien, dado que cada árbol es completo, se han aplicado las reglas de expansión de manera apropiada; y como cada árbol es cerrado, cada uno de ellos debe tener una de las formas de la Figura 13.

$$
\begin{array}{c}
\Gamma\\
\vdash -_{\mathsf{m+n}}\mathfrak{C}\pm\mathfrak{B}_{K''f''}\\
-(-_{\mathsf{m+n}}\mathfrak{C}\pm\mathfrak{B})_{K''f''}\\
+_{\mathsf{m+n}}\mathfrak{C}\mp\mathfrak{B}_{K''f''}\\
|\\
+_{\mathsf{m+n}}\mathfrak{C}^{i}_{K''f''}\\
|\\
\mp\mathfrak{B}^{i}_{K''f'''}\\
|\\
\vdots\\
\begin{array}{cc}
-_{\mathsf{m+n}}\mathfrak{C}^{i}_{Kf}\in\Gamma & \pm\mathfrak{B}^{i}_{K'f'}\in\Gamma\\
\bot^{K\geq K''}_{f,f''} & \bot^{K'\geq K''}_{f',f'''}
\end{array}\\
\upsilon=(\mathsf{m}+\mathsf{n})-(\mathsf{m}+\mathsf{n})=0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\Gamma\\
\vdash +_{\mathsf{n-m}}\mathfrak{C}\pm\mathfrak{B}_{K''f''}\\
-(+_{\mathsf{n-m}}\mathfrak{C}\pm\mathfrak{B})_{K''f''}\\
-_{\mathsf{n-m}}\mathfrak{C}\mp\mathfrak{B}_{K''f''}\\
|\\
+_{\mathsf{n}\geq\mathsf{m}}\mathfrak{C}^{i}_{Kf}\in\Gamma\\
|\\
\pm_{\mathsf{m}}\mathfrak{B}^{i}_{K'f'}\in\Gamma\\
|\\
\vdots\\
\begin{array}{cc}
-_{\mathsf{n-m}}\mathfrak{C}^{i}_{K''f''} & \mp_{\eta\geq\mathsf{m}}\mathfrak{B}^{i}_{K''f''}\\
\bot^{K\geq K''}_{f,f''} & \bot^{K'\geq K''}_{f',f''}
\end{array}\\
\upsilon=(\mathsf{n}-\mathsf{m})-(\mathsf{n}-\mathsf{m})=0
\end{array}
$$

(a) Un árbol completo y cerrado con ʋ = 0 (b) Un árbol completo y cerrado con ʋ = 0

Figura 13. Un par de árboles completos y cerrados con ʋ = 0

Supóngase una instancia del árbol mostrado en la Figura 13a, pero que su inferencia correspondiente no es correcta, es decir, donde $\Gamma^{+}=\Gamma\cup\{+_{m+n}C\mp B_{K''f''}\}$, $\Gamma^{+}\vdash\bot_{K\geq Kf,f''}$, sin embargo, las condiciones o reglas no permiten producir la conclusión $-_{m+n}C\pm B_{K''f''}$ a partir de Γ. Dado que el árbol es cerrado y completo, sus nodos previos deben incluir algo de la forma $-_{m}A\pm B_{Kf}$ y $-_{n}C+A_{K'f'}$; pero por la condición 1 de la Definición 14, obtenemos $-C\pm B$ y no $\pm B-C$ por la condición 2. Por la condición 3a, la conclusión tiene que ser de la forma $-_{m+n}C\pm B$. Adicionalmente, por las condiciones 4 y 5, la conclusión tiene que ser de la forma $-_{m+n}C\pm B_{K''}$ para modalidades ordenadas $K\geq K'\geq K''$ (ya sean *de re* o *de dicto*). Por último, dado que el árbol es cerrado para todas las banderas, éstas tienen que ser reclamadas adecuadamente, es decir, la conclusión tiene que ser de la forma $-_{m+n}C\pm B_{K''f''}$ para $f''\neq f$ y $f''\neq f'$. Lo mismo ocurre, *mutatis mutandis*, para el árbol de la Figura 13b.

Este resultado sugiere que el método arborescente sintético preserva las propiedades de completitud de los métodos arborescentes de cada lógica básica (*i. e.* Proposiciones 1-4). Luego, por la naturaleza de la jerarquía (*i. e.* Proposición 5), las lógicas intermedias también preservan completitud.

El siguiente resultado interesante tiene que ver con la naturaleza de los árboles completos y semicerrados/semiabiertos con $\upsilon = 0$. De manera informal, se puede decir que árboles de este tipo corresponden a inferencias (modal y numéricamente) válidas, pero no necesariamente relevantes:

Proposición 8. (Completitud c.r.a validez para TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$). *Una inferencia es (modal y numéricamente) válida en* TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$ *sii existe un árbol completo y semicerrado/semiabierto con* $\upsilon = 0$ *para dicha inferencia.*

La prueba de la Proposición 8 es trivial porque los árboles completos y semicerrados/semiabiertos con $\upsilon = 0$ de TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$ son los árboles completos y cerrados con $\upsilon = 0$ de TFL$^{\alpha\nu=\nu}$ (*vide* Proposiciones 1 y 2). Más aún, como corolario, también se puede concluir que lo mismo ocurre para los árboles completos y cerrados, pero que no usan todas sus banderas:

Proposición 9. (Completitud c.r.a validez para TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$). *Una inferencia es (modal y numéricamente) válida en* TFL$^{\alpha\nu\mu\rho}$ *sii existe un árbol completo y cerrado con* $\upsilon = 0$ *que no usa todas sus banderas para dicha inferencia.*[6]

Salvando las particularidades de las Proposiciones 8 y 9, se pueden resumir estos resultados en el Cuadro 7.

[6] En otro lugar, hemos sugerido cómo estas distinciones permiten generar estructuras de oposición (Castro-Manzano, 2022b).

Lógica	*Aserción*	*Numeracidad*	*Modalidad*	*Relevancia*	*Árbol*
TFL^{α}	✔	x	x	x	Completo y cerrado
$TFL^{\alpha\nu=\nu}$	✔	✔	x	x	Completo y cerrado con $\upsilon = 0$
$TFL^{\alpha\mu=\mu}$	✔	x	✔	x	Completo y cerrado con doble índice
$TFL^{\alpha\rho=\rho}$	✔	x	x	✔	Completo y cerrado usando todas las banderas
$TFL^{\alpha\nu\mu=\nu\mu}$	✔	✔	✔	x	Completo y cerrado con $\upsilon = 0$ y doble índice
$TFL^{\alpha\nu\rho=\nu\rho}$	✔	✔	x	✔	Completo y cerrado con $\upsilon = 0$ y usando todas las banderas
$TFL^{\alpha\mu\rho=\mu\rho}$	✔	x	✔	✔	Completo y cerrado con doble índice usando todas las banderas
$TFL^{\alpha\nu\mu\rho=\nu\mu\rho}$	✔	✔	✔	✔	Completo y cerrado con $\upsilon = 0$, doble índice y usando todas las banderas

Cuadro 7. Resumen

* * *

Hasta aquí hemos reproducido una lógica de términos sintética y hemos explorado algunas de sus propiedades metateóricas. Ahora nos gustaría discutir algunos de los alcances y limitaciones de esta propuesta mediante un ejercicio de objeciones y respuestas.

Objeción 1. Esta propuesta es innecesaria. Si bien esta propuesta puede considerarse innecesaria, así planteada, esta objeción parece muy deflacionaria: uno podría preguntarse cuál es la necesidad de cualquier esfuerzo filosófico. Pero, entonces, no sólo sería una objeción a la propuesta, sino también a cualquier actividad teórica. Alguien todavía podría objetar que esta respuesta es bastante débil, pues se requiere una resolución más específica y menos esquiva. Y con razón. Por tanto, considérense al menos tres propósitos específicos que hacen de esta propuesta, si no algo necesario, al menos algo interesante y potencialmente útil: *i)* el estudio y desarrollo de sistemas como los propuestos aquí contribuyen a la investigación del razonamiento en lenguaje natural utilizando herramientas formales allende las lógicas habituales de primer orden, lo cual resulta relevante porque no se restringe a sistemas de impronta Fregeana-Tarskiana-Kripkeana; *ii)* estos sistemas pueden desarrollarse para promover paradigmas de programación no clásica en inteligencia artificicial y programación lógica, lo cual abre un abánico modesto de nuevas intersecciones entre lógica, filosofía y pensamiento computacional (Castro-Manzano, 2021); y *iii)* este tipo de propuestas contribuyen a mostrar que las lógicas de términos, lejos de estar superadas, están en proceso de franco renacimiento (Sommers, 1982; Englebretsen, 1996; Wang, 1997; Correia, 2017; Simons, 2020) y que su acta de defunción es falsa —contra la tradición de (Carnap, 1930; Russell, 1937; Geach, 1962).

Objeción 2. Esta propuesta es demasiado compleja. A primera vista, la propuesta parece demasiado compleja o engorrosa como para ser de alguna utilidad práctica. Ésta es una buena observación, pero no es una muy buena objeción. Sería bastante contraintuitivo, por ejemplo, restringir ciertas lógicas no clásicas porque son más complejas. El problema de esta objeción es que desconoce la ganancia neta de los modelos complejos, por lo tanto, incluso si la combinación de estas lógicas de términos parece aumentar la complejidad, ese no es un precio alto si consideramos los beneficios de sintetizar cuatro aspectos diferentes del razonamiento del lenguaje natural en un sistema uniforme: esta propuesta ofrece un buen equilibrio entre poder expresivo y tratabilidad.

Objeción 3. Esta propuesta es demasiado ambigua. Si bien el concepto de síntesis que hemos expuesto no parece tener una semántica clara, a diferencia de otros métodos de combinación de lógicas, sería falso considerar que carecemos de una. Las semánticas asociadas a cada una de las lógicas base dependen de un concepto de "distribución" de términos que tiene una interpretación perspicua en las teorías de Sommers (1982) y Englebretsen (1996). Por supuesto, el concepto tradicional de distribución no parece ser formal o materialmente adecuado para proporcionar una semántica rigurosa (Miller, 1932; Geach, 1962; Williamson, 1971), pero cuando revisamos la génesis de dicha inadecuación podemos notar que los problemas de la distribución tradicional no se heredan a las lógicas *à la* Sommers, así, una nueva noción de distribución puede ofrecer una semántica adecuada (Englebretsen, 1988, 2017; Castro-Manzano, 2020c).

Objeción 4. Esta propuesta no tiene propiedades lógicas interesantes. Las proposiciones ofrecidas en este artículo no son especialmente interesantes o son muy sencillas, pero sí tiene algunas propiedades interesantes. Aunque falta explorar estas últimas, los resultados presentados ofrecen evidencia conceptual de los alcances y límites de esta propuesta. Adicionalmente, para apoyar esta respuesta, basta mencionar que en otros lugares se ha discutido, por ejemplo, el concepto de modelo para lógicas de términos (Castro-Manzano, 2020c), de interpolación (Castro-Manzano, 2023a) y de expresividad (Castro-Manzano, 2023b).

Objeción 5. Esta propuesta es filosóficamente pobre. De igual manera, no resulta sorprendente que esta propuesta no es de suficiente interés filosófico o que es lógicamente parroquial. Aunque hay algo de verdad en esto, esperamos que el interés y la riqueza de esta propuesta se pueda apreciar con el tiempo y con estudios más detallados que no necesariamente podemos ofrecer aquí. En efecto, se podrían generar discusiones más interesantes, que relacionen el uso de los términos y los funtores con semánticas más novedosas o con teorías epistemológicas/metafísicas innovadoras (Priest, 2005; Gabriel, 2015; Englebretsen, 2013, 2017). Por su cercanía teórica, está la posibilidad de asociar estos sistemas con la metafísica mondialista (*mondialism*) de Englebretsen (2013, 2017), de acuerdo con la cual el mundo, sus constituyentes y sus propiedades son reales, pero ser real no es lo mismo que ser existente. Para el mondialismo, la existencia no es una propiedad de individuos, sino de mundos. Por tanto, decir que algo existe es atribuir una propiedad constitutiva (la presencia de esa cosa) a un dominio relevante del discurso (por ejemplo, dado un sistema como $\mathrm{TFL}^{\alpha\nu\mu\rho}$, una expresión como $+_5A^1{}_{2p1}$ estaría diciendo que tenemos cierta información preliminar —por la bandera p_1— de que en el mundo 2 —por el subíndice “2”— contamos con la presencia —por el signo “+” y el superíndice “1”— de por lo menos cinco ítems que son *A*). Esta breve descripción del mondialismo puede recordar a la lógica libre y sus proezas (en particular, por la afirmación de que la existencia es un predicado especial satisfecho para algunos dominios no vacíos), o al noneísmo y su extraña semántica (en especial, por la tesis de que *hay* cosas no existentes —Priest, 2005—). En cualquier caso, con esta breve respuesta queremos mostrar que las discusiones o los usos filosóficos asociados con estas lógicas no se reducen a aplicaciones exclusivamente lógicas.

3. COMENTARIOS FINALES

Hemos presentado una lógica sintética de términos junto con un método de prueba arborescente, mostrando algunas de sus propiedades metateóricas. En particular, vale la pena enfatizar *i)* que estas lógicas se pueden combinar adecuadamente dependiendo del aspecto lógico a modelar (Proposiciones 5 y 6); y *ii)* que el método arborescente sintético preserva las propiedades de los métodos arborescentes de cada lógica de base (Proposiciones 1 a 4), lo cual es consistente con la jerarquía de sistemas (Proposiciones 7, 8 y 9).

Por último, nos gustaría mencionar dos líneas de trabajo próximo: por un lado, nos parece necesario ofrecer un estudio comparativo más fino que permita observar las ventajas y desventajas de estos sistemas terministas frente a lógicas habituales de primer orden; y, por otro lado, dadas las propiedades de la propuesta, nos parece deseable ofrecer implementaciones del método de prueba arborescente.

BIBLIOGRAFÍA

Blackburn, Patrick y Marten de Rijke (1997), "Why combine logics?", *Studia Logica: An International Journal for Symbolic Logic*, vol. 59, núm. 1, pp. 5-27.

Carnap, Rudolf (1930), "Die alte und die neue Logik", *Erkenntnis*, vol. 1, pp. 12-26.

Castro-Manzano, J.-Martín (2023a), "Interpolation in Term Functor Logic", *Crítica. Revista Hispanoamericana de Filosofía*, vol. 55, núm. 165, pp. 53-69.

Castro-Manzano, J.-Martín (2023b), "Una jerarquía de lógicas terministas", *Stoa. Revista de Filosofía*, vol. 13, núm. 25, pp. 78-106.

Castro-Manzano, J.-Martín (2022a), "Mixing colors, mixing logics", en Valeria Giardino, Sven Linker, Richard Burns, Francesco Bellucci, Jean-Michel Boucheix y Petrucio Viana (eds.), *Diagrammatic Representation and Inference. Diagrams 2022*, Roma, Springer, pp. 70-77.

Castro-Manzano, J.-Martín (2022b), "Lógica tradicional para razonamiento no tradicional", *Research in Computing Science*, vol. 151, núm. 5, pp. 115-127.

Castro-Manzano, J.-Martín (2022c), "Toward relevance term logic", *Computación y Sistemas*, vol. 26, núm. 2, pp. 761-768.

Castro-Manzano, J.-Martín (2021), "Traditional Logic and Computational Thinking", *Philosophies*, vol. 6, núm. 1. [https://doi.org/10.3390/philosophies6010012]

Castro-Manzano, J.-Martín (2020a), "Murphree's Numerical Term Logic Tableaux", *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, vol. 354, pp. 17-28.

Castro-Manzano, J.-Martín (2020b), "Un método de árboles para la lógica de términos modal", *Open Insight*, vol. 12, núm. 23, pp. 165-180.

Castro-Manzano, J.-Martín (2020c), "Distribution Tableaux, Distribution Models", *Axioms*, vol. 9, núm. 41. [https://doi.org/10.3390/axioms9020041]

Castro-Manzano, J.-Martín (2018), "A Tableaux Method for Term Logic", *Proceedings of the Latinamerican Workshop on New Methods of Reasoning 2018*, vol. 2264, pp. 1-14.

Correia, Manuel (2017), "La lógica aristotélica y sus perspectivas", *Pensamiento*, vol. 73, núm. 275, pp. 5-19.

Englebretsen, George (2017), *Bare Facts and Naked Truths: A New Correspondence Theory of Truth*, Aldershot, Taylor & Francis.

Englebretsen, George (2013), *Robust Reality: An Essay in Formal Ontology*, Fráncfort, Walter De Gruyter.

Englebretsen, George (1996), *Something to Reckon with: The Logic of Terms*, Ottawa, University of Ottawa Press.

Englebretsen, George (1988), "Preliminary notes on a new modal syllogistic", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 29, núm. 23, pp. 381-395.

Gabbay, Dov M. (1998), *Fibring Logics*, Nueva York, Oxford University Press.

Gabriel, Markus (2015), *Why the World Does Not Exist*, Cambridge, John Wiley & Sons.

Geach, Peter Thomas (1962), *Reference and Generality: An Examination of Some Medieval and Modern Theories*, Ithaca, Cornell University Press.

Goguen, Joseph A. y Rod M. Burstall (1984), "Introducing institutions", en Edmund M. Clarke y Dexter Kozen (eds.), *Logics of Programs*, Berlín/Heidelberg, Springer, pp. 221-256.

Kreeft, Peter y Trent Dougherty (2004), *Socratic Logic: A Logic Text Using Socratic Method, Platonic Questions & Aristotelian Principles*, South Bend-Indiana, St. Augustine's Press.

Miller, James Wilkinson (1932), "Negative terms in traditional logic: Distribution, immediate inference, and syllogism", *The Monist*, vol. 42, núm. 1, pp. 96-111.

Moss, Lawrence (2015), "Natural logic", en Shalom Lappin y Chris Fox (eds.), *The Handbook of Contemporary Semantic Theory*, Hoboken, John Wiley & Sons, pp. 561-592.

Murphree, Wallace (1998), "Numerical term logic", *Notre Dame Journal of Formal Logic,* vol. 39, núm. 3, pp. 346-362.

Priest, Graham (2005), *Towards Non-Being: The Logic and Metaphysics of Intentionality*, Oxford/Nueva York, Oxford University Press.

Russell, Bertrand (1937), *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz: With an Appendix of Leading Passages*, Londres, George Allen & Unwin.

Sernadas, Almicar, Cristina Sernadas y João Rasga (2011), "On meet-combination of logics", *Journal of Logic and Computation*, vol. 22, núm. 6, pp. 1453-1470.

Sernadas, Almicar, Cristina Sernadas, João Rasga y Marcelo Coniglio (2009), "A graph-theoretic account of logics", *Journal of Logic and Computation,* vol. 19, núm. 6, pp. 1281-1320.

Simons, Peter (2020), "Term logic", *Axioms*, vol. 9, núm. 18. [https://doi.org/10.3390/axioms9010018]

Sommers, Fred (1989), "Predication in the logic terms", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 31, núm. 1, pp. 106-126.

Sommers, Fred (1982), *The Logic of Natural Language*, Nueva York, Oxford University Press.

Sommers, Fred (1975), "Distribution matters", *Mind*, vol. 84, núm. 333, pp. 27-46.

Szabolcsi, Lorne y George Englebretsen (2008), *Numerical Term Logic*, Nueva York, Edwin Mellen Press.

Wang, Pei (1997), "Return to Term Logic", *Working Notes of the IJCAI Workshop on Abduction and Induction in AI*, Nicosia, Indiana University, pp. 53-57

Williamson, Colwyn (1971), "Traditional logic as a logic of distribution-values", *Logique et Analyse*, vol. 14, núm. 56, pp. 729-746.

Woods, John (2016), "Logic naturalized", en Juan Redmond, Olga Pombo Martins y Ángel Nepomuceno Fernández (eds.), *Epistemology, Knowledge and the Impact of Interaction. Logic, Epistemology, and the Unity of Science*, Cham, Springer, pp. 403-432.

J.-Martín Castro-Manzano: Licenciado en Filosofía y Maestro en Inteligencia Artificial por la Universidad Veracruzana, Doctor en Filosofía de la Ciencia por la Universidad Nacional Autónoma de México. Miembro del Sistema Nacional de Investigadoras e Investigadores (Nivel 2) y de la Academia Mexicana de Lógica.